Université Mohammed premier

Ecole Nationale des Sciences Appliquées - Al Hoceima

Cours de l'électrocinétique et de l'électromagnétisme

Présenté par Pr ZERFAOUI Mustapha

Section CP2 année 2016/1017

@ El Khayati

Chapitre I :

Lois générales de l'électrocinétique

Introduction

Introduction

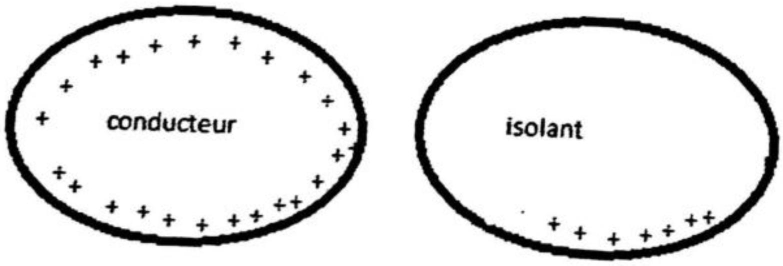
La matière est constituée par des atomes, ces derniers sont constitués par des noyaux et d'électrons, la charge globale est nulle

- si un électron est arraché (ou rajouté), on a un ion.
- à l'échelle macroscopique, la "charge électrique" portée par un corps correspond à un défaut ou un excès d'électrons.

La différence entre un isolant et un conducteur de point de vu 'niveau énergétiques des électrons' est dû au gap qui sépare la bande de valence de la bande de conduction. Ceci entraine une distinction dans les propriétés de conducteur de l'isolant :

Les isolant ***(liaison covalente / ionique) :*** les atomes "retiennent" leurs électrons au voisinage des noyaux. Tout excès ou défaut d'électron reste localisé là où il est créé. **Les conducteur** ***(liaison métallique) :*** la cohésion de l'ensemble des atomes correspond à la mise en commun d'électrons qui sont "rattachés" à la collectivité et non à des atomes particuliers. Ces électrons sont libres de se déplacer pourvu que le bilan total des charges soit constant. Donc toute charge créée sur un matériau se répartit sur la surface, dans le cas d'un conducteur, ou reste localisée là où elle a été créée, pour un isolant.

Une conséquence de ces propriétés, le déplacement de l'électricité se fait généralement dans les conducteurs sous l'effet d'un champ électrique (différence de potentiel).



I-1 Définition :

L'électrocinétique est l'étude des circuits électriques et le déplacement de l'électricité dans les milieux matériels.

L'étude de l'électrocinétique se fait dans le cadre de l'approximation des états quasi-stationnaires appelé aussi l'approximation des régimes quasi-permanents.
L'approximation des régimes quasi stationnaires consiste à considérer l'électricité comme un fluide parfait et incompressible (On néglige la durée de propagation d'une modification d'un bout à l'autre du dispositif). La conséquence en est que l'intensité du courant qui entre à l'extrémité d'un conducteur est **exactement** identique à celle qui sort à l'autre extrémité.

Remarque :

L'approximation des états quasi-stationnaires (ARQS) consiste à limiter l'étude des réseaux électrocinétiques à des dimensions maximales d_{max} et à des durées minimales t_{min} vérifiant la condition suivante :

$$\frac{d_{max}}{t_{min}} \ll c_0 \qquad avec \quad c_0 = 2{,}99792458\ 10^8\,\mathrm{ms^{-1}}$$

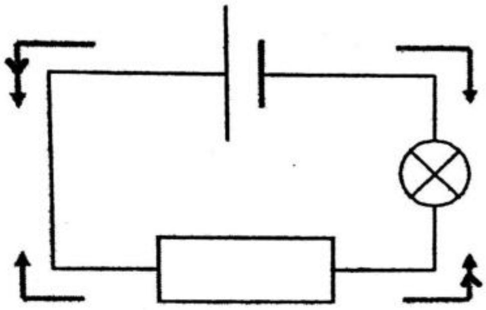
c_0 étant la célérité de la lumière.

I-2. Courant électrique

Le courant électrique est du au déplacement des charges d'un lieu à un autre. On peut distinguer plusieurs types de courant électrique :

- courant de conduction : dans un milieu conducteur (exemple : métal, solution électrolyte,...)
- courant particulaire : déplacement des particules chargés dans le vide ou dans l'air (exemple : mouvement des particules chargées dans les accélérateur, mouvement des électrons dans l'oscilloscope, ...)
- courant de convection : Ce type de courant se produit dans des gaz rares principalement, et n'obéit pas à la loi d'Ohm (mouvement d'un support chargé électriquement)

Dans les métaux, les électrons sont peu liés aux atomes. Si on leur communique une faible énergie (exemple : différence de potentiel), ils se déplacent en créant un courant électrique. En générale, dans un métal, le courant électrique correspond à un mouvement ordonné de ces électrons. Par convention, le sens du courant est opposé à celui de déplacement des électrons libres.



Sens conventionnel du courant

Sens de déplacement des électrons libres

I-3 Intensité du courant électrique :

L'intensité du courant électrique mesure le débit de charge traversant une section du conducteur. L'unité de l'intensité est l'ampère, noté A ($C.s^{-1}$) :

$$dI = \frac{dQ}{dt} \quad (1)$$

dQ : la charge qui traverse la section du métal pendant un temps dt

La valeur de l'intensité de courant peut être positive ou négative. Si on a adopté une convention d'orientation de la branche où circule le courant, le signe de l'intensité nous renseigne sur le sens effectif du courant dans la branche.

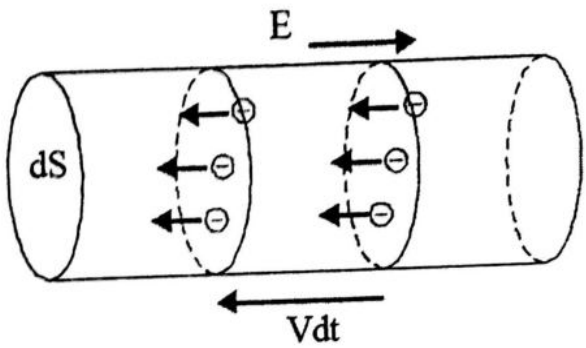
I-4 densité de courant

Dans la plupart des conducteurs le courant peut être exprimé en fonction de la vitesse de charges mobile.

On considère un conducteur de section ds, soit n le nombre de porteur de charge par unité de volume qui la traverse; v la vitesse de ces charges, pendant dt. La charge dQ qui traverse la section ds est donnée par la relation suivante:

$$dQ = n.q.\overrightarrow{ds}.\vec{v}.dt = \rho.\vec{v}.\overrightarrow{ds}.dt \quad (2)$$

$\rho = n.q$ est la densité de charge. (q est la charge électrique d'un porteur de charge)



Le terme $\sigma.\vec{v}$ définit la densité de courant $\vec{j}$:

$$\boxed{\vec{j} = \sigma.\vec{v}} \quad (3)$$

D'après l'équation (1) et (2), L'intensité de courant, à travers une section ds, peut être écrite en fonction de la densité de courant:

$$\boxed{dI = \frac{dQ}{dt} = \vec{j}.\overrightarrow{ds}} \quad (4)$$

L'intensité de courant à travers toute la section de conducteur s'écrit :

$$\boxed{I = \oiint_{section} \vec{j}.\overrightarrow{ds} \quad (5)}$$

I-5 mobilité électrique d'un conducteur

Lorsqu'une charge est dans un champ électrique externe, une force est appliquée sur cette charge. Cette force produira une accélération, et donc la charge aura une certaine vitesse. Bien que l'accélération soit constante, la charge atteindra une certaine vitesse limite qui dépend du milieu (matériau) dans lequel la charge se trouve.

La vitesse limite est proportionnelle au champ électrique et elle est donnée par :

$$\boxed{\vec{v} = \mu \vec{E}} \quad (6)$$

$\vec{E}$ est le champ externe appliqué

μ est la mobilité des électrons [$m^2/(V.s)$] dans le matériau.

La mobilité est une caractéristique électrique d'un matériau donné. Comme exemple : la mobilité du cuivre est 3,2 10^{-3}, celle de l'aluminium est 1,4 10^{-4} et celle de l'argent est 5,2 10^{-3} $m^2/(V.s)$].

I-6 Conductivité et Résistivité

D'après l'équation (3) et (6), la densité de courant peut être écrite en fonction du champ électrique et la mobilité :

$$\boxed{\vec{j} = \sigma.\vec{v} = \sigma\mu\vec{E} = \gamma\vec{E}} \quad (7)$$

(Loi d'Ohm microscopique (ou locale) voir TD)

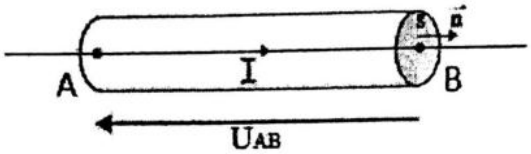
Le coefficient de proportionnalité $\boldsymbol{\sigma\mu = \gamma}$ est appelé la **conductivité**. C'est une grandeur locale positive et dépend uniquement des propriétés du matériau.

La grandeur $\boldsymbol{\delta} = \frac{1}{\gamma}$ est la résistivité du matériau.

I-7 résistance électrique d'un conducteur et la loi d'ohm Macroscopique

Pour simplifier, on va se placer dans le cas d'un conducteur filiforme (cylindrique).

Considérons un fils électrique filiforme de section S soumis à la tension U_{AB}. Il en résulte un courant électrique I



Le rapport $\frac{U_{AB}}{I}$ est appelé la résistance électrique du conducteur :

D'après les équations (5) et (7) on a :

$$\boxed{I = \oiint_{section} \vec{j}.\overrightarrow{ds} = \oiint_{section} \gamma\vec{E}.\overrightarrow{ds} \ \ (8)}$$

et la tension est donnée par la relation :

$$U_{AB} = \int_A^B \vec{E}.\overrightarrow{dl} \quad (9)$$

Enfin la résistance est donnée par :

$$\boxed{R = \frac{U_{AB}}{I} = \frac{\int_A^B \vec{E}.\overrightarrow{dl}}{\oiint_{section} \gamma\vec{E}.\overrightarrow{ds}} = \frac{\int_A^B \vec{E}.\overrightarrow{dl}}{\gamma \oiint_{section} \vec{E}.\overrightarrow{ds}} \ (10)}$$

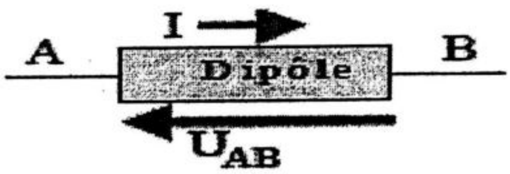
Cette équation (10) correspond à la loi d'Ohm macroscopique d'un conducteur. D'après cette équation, la résistance ne dépend que des caractéristiques du fil (longueur et section) et donc est une constante pour un fils donné. Car l'augmentation de l'intensité de $\vec{E}$ ne change pas la valeur de ce rapport.

l'unité de la résistance est l'Ohm (symbole : Ω). Dans le cas simple d'un conducteur filiforme de section S où, sur une longueur L, le champ électrostatique est uniforme, on obtient le lien entre la résistance d'un conducteur (propriété macroscopique) et sa résistivité (propriété microscopique).

$$\boxed{R = \frac{E.L}{\gamma.E.S} = \frac{L}{\gamma.S} = \delta.\frac{L}{S}\ (11)}$$

I-8 Dipôles électriques

Le dipôle électrique est un conducteur qui possède une borne d'entrée et une borne de sortie. Il est caractérisé par deux grandeurs algébriques, le courant qui le traverse et la tension entre ces bornes



I-9 Energie et puissance électrique.

A partir de la tension U_{AB} et le courant I, on défini la puissance électrique mise en jeu par un dipôle par la relation suivante :

$$P = U_{AB}.I\ (12)$$

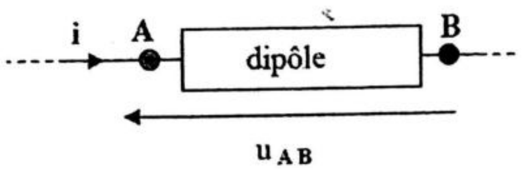
L'unité de la puissance est le Watts (**W**).

La valeur de la puissance a une valeur algébrique, elle peu être positif comme elle peu être positif.

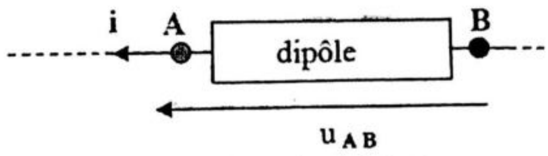
L'énergie électrique consommée ou fournie, pendant un temps t, par un dipôle est donnée par la relation suivante :

$$W = P.t = U_{AB}.I.t\ (13)$$

I-10 Convention Récepteur et Générateur



Convention Récepteur



Convention Générateur

Convention récepteur	Convention générateur
➢ **Si $P=U_{AB}.I>0$.** La puissance est reçue par le dipôle; donc le dipôle est un récepteur ➢ **Si $P=U_{AB}.I<0$.** La puissance est fourni par le dipôle il joue le rôle d'un générateur	➢ **Si $P=U_{AB}.I>0$.** La puissance est fournie par le dipôle; donc le dipôle est un générateur ➢ **Si $P=U_{AB}.I<0$.** La puissance est reçu par le dipôle il joue le rôle d'un récepteur

I-9 Caractéristique d'un dipôle

Dans un dipôle le courant et la tension sont reliés par une relation réciproque:

$$i=f(U) \text{ et } U=g(i)$$

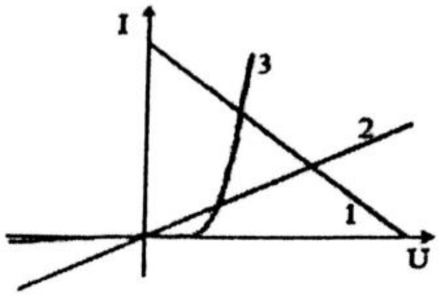
Les graphes tracés dans le plan (U,i) et (i,U) sont les caractéristiques du dipôle.

I-9-1 Classifications des dipôles

a) Dipôles passifs et actifs

Le dipôle passif consomme de l'énergie, sa caractéristique passe par l'origine (i=0 U=0)

Le dipôle actif fournie de l'énergie pour le circuit : lorsque U=0 alors I#0



D'après la figure si dessus le dipôle 1 est active tandis les dipôles 2 et 3 sont passifs.

b) Le dipôle symétrique

Sa caractéristique est symétrique par apport à l'origine. Le dipôle symétrique est toujours passif. Son fonctionnement n'est pas inversé lorsqu'on change le sens de courant

c) Le dipôle linéaire

La caractéristique est une droite qui peut passer par l'origine ou non:

$$U = aI + b$$

d) Quelque dipôle

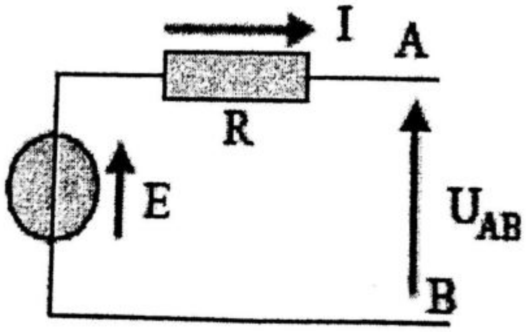
- **La résistance**

$$U = RI$$

-
- **Générateur (pile)**

$$U = E - rI$$

avec E la force électromotrice de générateur et r sa résistance interne



- **Condensateur** (voir chapitre III)

$$I = C\frac{dU}{dt}$$

- **Inductance (bobine)**

$$U = L\frac{dI}{dt}$$

I-10 Effet Joule

Un dipôle de résistance R qui est traversé par un courant I et soumis à une Différence de potentiel U dégage de la chaleur par l'effet Joule. L'énergie calorifique dissipée par cet effet pendant un temps t est donné par la relation suivante :

$$\mathbf{W = P.t = U.I.t = R.I^2.t = \frac{U^2}{R}.t}$$

Chapitre II : Régime continu

II-1 Définitions

On rappel qu'en régime continu, les courants et les tensions sont constants dans le temps. Nous commençons tout d'abord par quelque définition :

Un **circuit électrique** est un ensemble simple ou complexe de conducteur et de composant électrique ou électronique parcouru par un courant électrique. L'étude électrocinétique d'un circuit électrique consiste à déterminer, à chaque endroit, l'intensité du courant et la tension. On utilise pour cela les caractéristiques des composants et des lois simples d'étude des circuits.

Un **nœud** est la jonction au moins de trois fils électrique

Une **branche** de réseau est la partie de circuit comprise entre deux nœuds

Une **maille** est un parcours fermé de branches passant, au plus, une seule fois par un nœud donné

II-2 : Lois générales

II-2-1 : lois de Kirchhoff :

Le physicien allemand Gustav Robert Kirchhoff a établi en 1845 deux lois qui fondent tous les calculs de réseaux électriques :

- la loi des nœuds,

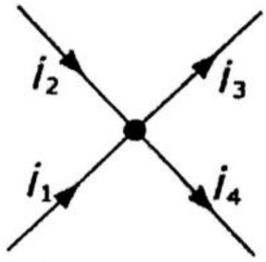
- la loi des mailles.

II-2-1-1 : première loi de Kirchhoff (loi des nœuds)

La somme algébrique des courants circulant dans les branches adjacentes à un nœud est nulle. On peut dire aussi que la somme algébrique des *k* courants entrants dans un nœud est égale à la somme des *l* courants sortants (toutes les charges qui atteignent le nœud en repartent)

$$\boxed{\sum_k i_k = \sum_l i_l}$$

Exemple :



$$i_1 + i_2 = i_3 + i_4$$

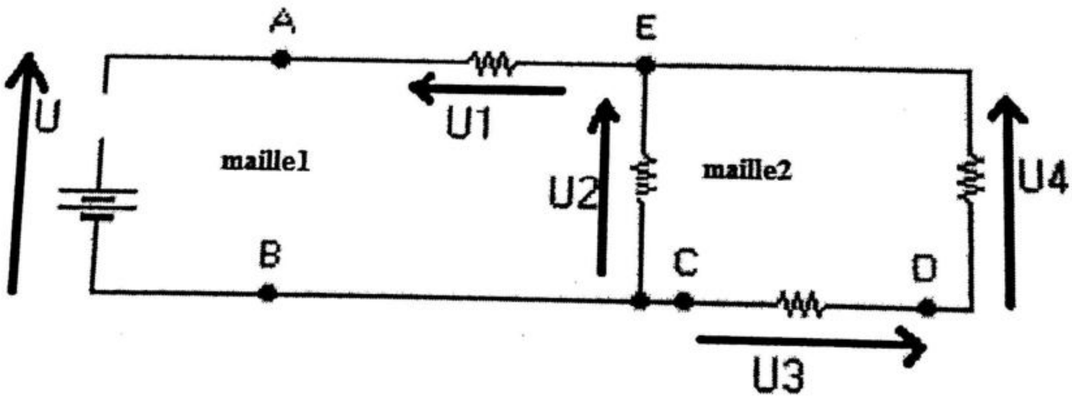
II-2-1-2 : deuxième loi de Kirchhoff (loi des mailles)

On nomme loi des mailles une relation entre les tensions dans un circuit fermé.

Dans une maille, la somme algébrique des tensions est nulle.

$$\boxed{\sum\nolimits_{dans\ une\ maille} U_i = 0}$$

Exemple :



Dans ce circuit nous avons trois mailles :

Pour la maille 1, la loi de maille s'écrit : U1+U2-U =0

Pour la maille 2, la loi de maille s'écrit : -U2+U3+U4=0

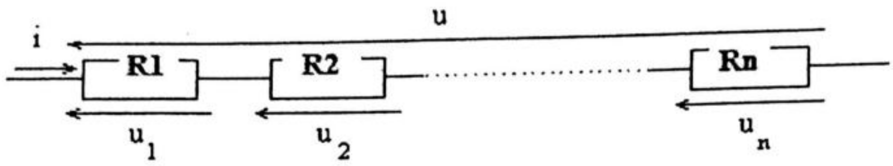
Pour la maille 3, La loi de maille s'écrit : U3+U4+U1-U=0

Remarque : Ici le sens positif des flèches des tensions est le sens contre la montre

II-2-2 Loi d'association des dipôles

II-2-2-1 *Loi d'Association des résistances :*

a) Résistances en série :

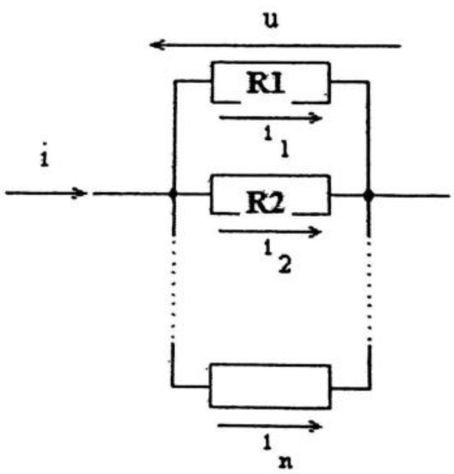


Toutes les résistances sont parcourut par **le même courant I**. on peut écrire que :

$$U = V_0 - V_n = V_0 - V_1 + V_1 - V_2 + \ldots + V_{n-1} - V_n = R_1.I + R_2.I + \ldots + R_n.I$$

$$\boxed{\mathbf{R}_{equivalente} = \mathbf{R_{eq}} = \sum_i R_i}$$

b) Résistances en parallèle :



Toutes les résistances supportent la même tension on peut écrire que : $I_i = \dfrac{U}{R_i}$ or $I = \sum_i I_i$

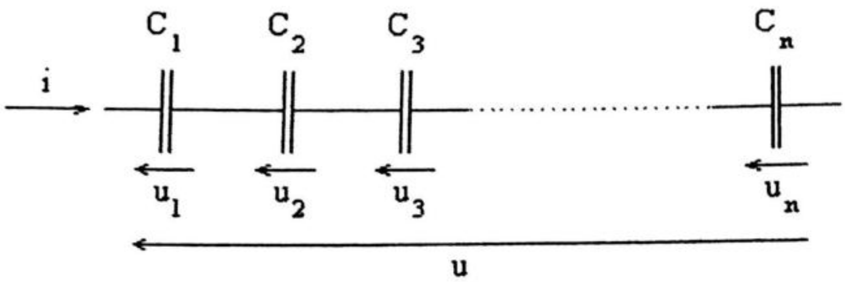
Ce groupement est alors analogue à un conducteur d'une résistance totale R_{eq} tel que:

$$\boxed{\frac{1}{R_{eq}} = \sum_i \frac{1}{R_i}}$$

II-2-2-2 Loi d'association des condensateurs (voir chapitre III)

a) Condensateurs en série :

Soient **n** condensateurs mis ***en série*** est porté au potentiel U_i



Pour chaque condensateur nous avons $Q_i = C_i.U_i$ alors la charge totale est

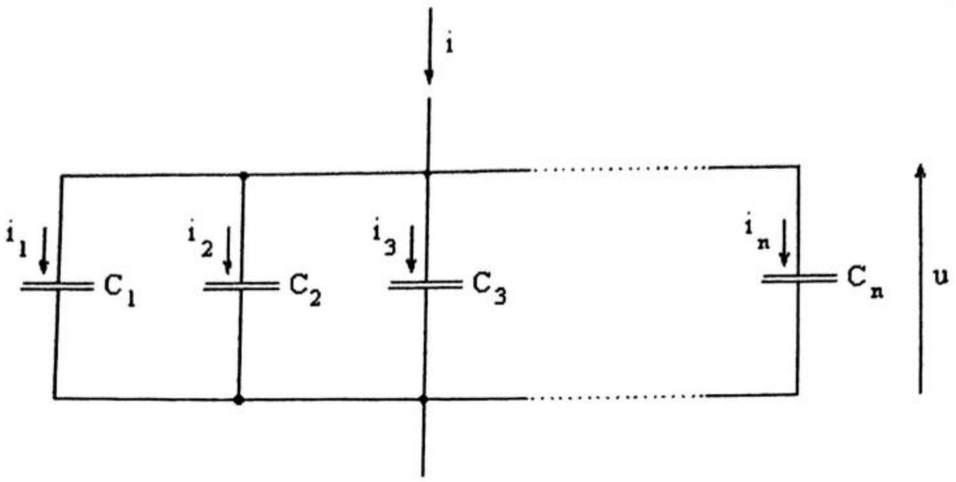
$$U = U_1 + U_2 + ... + U_n = \frac{Q}{C_0} + \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + ... + \frac{Q}{C_n} = \sum_i \frac{1}{C_i}.Q$$

et donc

$$\boxed{\frac{1}{C_{eq}} = \sum_i \frac{1}{C_i}}$$

b) Condensateurs en parallèle :

Soient **n** condensateurs mis ***en parallèle*** est porté à la même tension U.

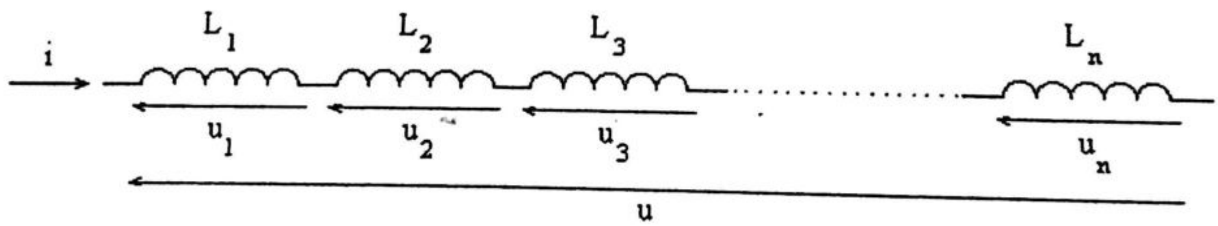


Pour chaque condensateur nous avons $Q_i = C_i.U$ alors la charge totale est $Q = \sum_i Q_i = \sum_i C_i.U$ et donc :

$$\boxed{\mathbf{C_{eq}} = \sum_i C_i}$$

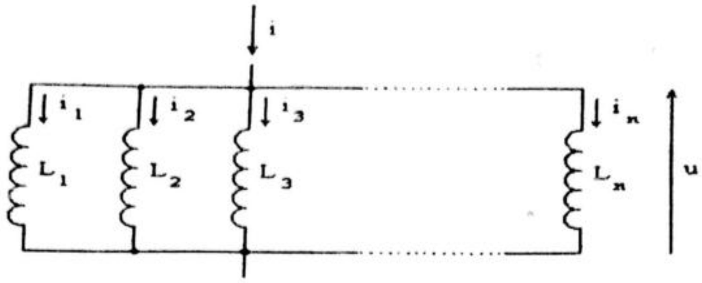
II-2-2-2 Loi d'association d'inductances (bobine)

a) Bobines en série :



$$\boxed{\mathbf{L_{eq}} = \sum_i L_i}$$

b) Bobine en parallèle



$$\boxed{\frac{1}{L_{eq}} = \sum_i \frac{1}{L_i}}$$

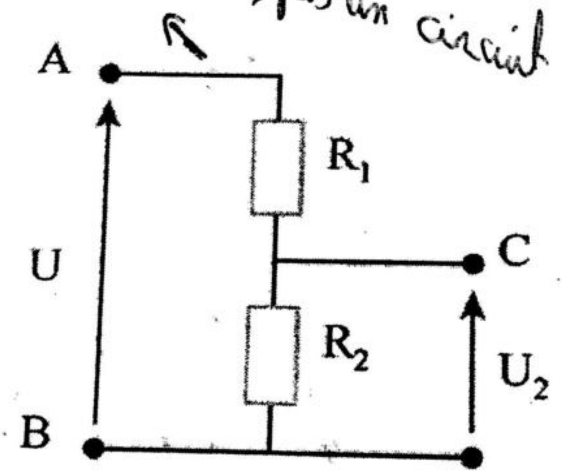
II-2-3 : Diviseur de tension et Diviseur de courant :

a) Diviseur de tension

Le **diviseur de tension** est un montage électronique simple qui permet de diviser une tension d'entrée et la réduire :

Exemple :

mésure, pas un circuit



La tension de sortie peut être exprimée en fonction de la tension d'entrée et les valeurs des caractéristiques des dipôles ; dans notre cas ce sont des résistances, donc :

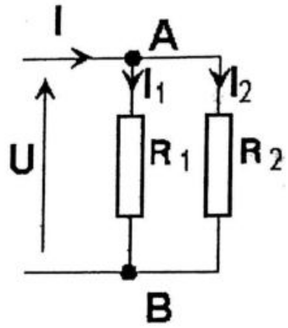
$$U_2 = U\frac{R_2}{R_1+R_2}$$

On parle de **pont diviseur de tension** lorsque 2 résistances ou plus sont branchées en série afin d'obtenir une tension réduite aux bornes de l'une d'entre elle.

b) diviseur de courant :

On appelle **diviseur de courant** un montage (ou une partie de montage) dans lequel un courant d' intensité I est injecté aux bornes de plusieurs dipôles , montés en parallèle.

Exemple :



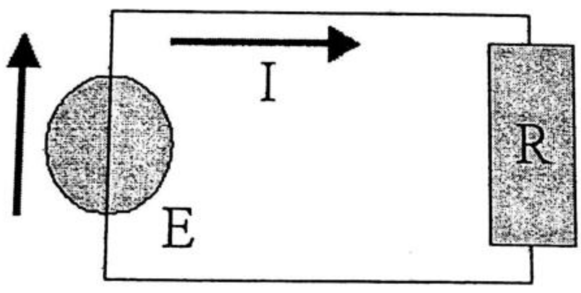
Le courant I2 peut être exprimé en fonction de courant d'entré et les valeurs des caractéristiques des dipôles :

$$I_2 = \frac{\frac{1}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} I$$

$$I_n = \frac{\frac{1}{R_n}}{\sum \frac{1}{R_i}} \cdot I$$

II-2-3 : Loi de Pouillet :

Dans le cas où le réseau ne comporte qu'une maille, il est possible de transformer le circuit initial en un circuit ne comportant qu'un seul générateur, dont la f.e.m. est la somme algébrique des f.e.m. des générateurs de la maille ($E = \sum_k E_k$) et une seule résistance ($R = \sum_k R_{k.}$)



Le courant qui circule dans la maille est donné par la relation suivante :

$$\boxed{I = \frac{\sum E_k}{\sum R_k}}$$

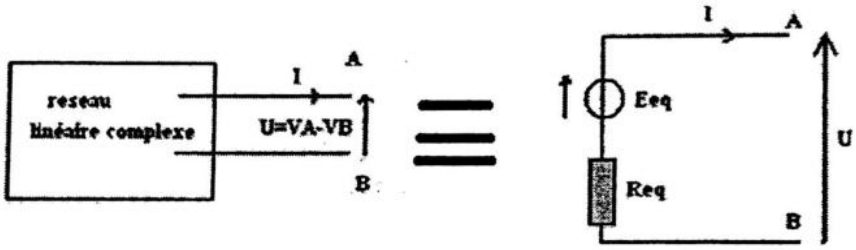
Ou :

E_k est les forces électromotrices des générateurs qui constituent le circuit et R_k les résistances de circuit.

La relation de courant s'appelle la **loi de Pouillet**.

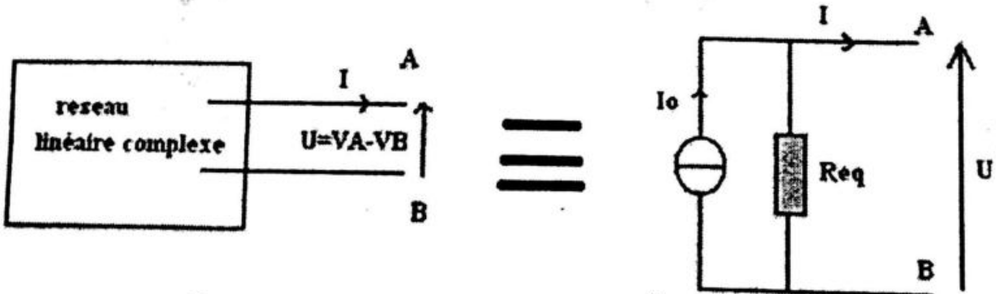
II-2-4 : Théorème de Thévenin

On peut remplacer tout circuit **linéaire**, qui alimente par les bornes A et B un dipôle D, par un générateur de tension idéal en série avec une résistance R_{Th}. La **fem** E_{Th} du générateur est égale à la ddp mesurée entre A et B quand le dipôle D est débranché. La **résistance** R_{Th} est égale à la résistance mesurée entre A et B quand le dipôle D est débranché et que les générateurs sont remplacés par leurs résistances internes.



II-2-5 Théorème de Norton

On peut remplacer tout circuit **linéaire**, qui alimente par les bornes A et B un dipôle D, par un générateur de courant idéal en parallèle avec une résistance Rn. **L'intensité** I_N du générateur est égale à au courant de court-circuit entre A et B quand le dipôle D est débranché. La **résistance** R_N est égale à la résistance mesurée entre A et B quand le dipôle D est débranché et que les générateurs sont remplacés par leurs résistances internes.



On suppose qu'il y a un circuit entre A et B, et le courant passe

II-2-6 Conversion entre un circuit de Thévenin et de Norton

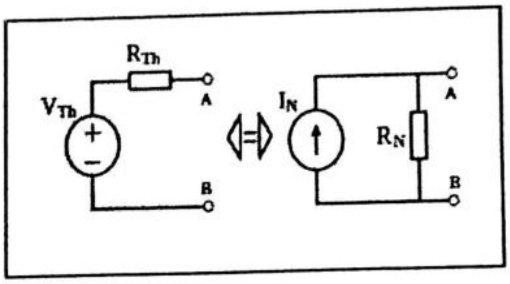
On passe directement d'un circuit de Thévenin à un circuit de Norton et inversement, à l'aide des formules suivantes:

- De Thévenin à Norton;

$$R_N = R_{Th}, \quad I_N = V_{Th}/R_{Th}$$

- De Norton à Thévenin;

$$R_{Th} = R_N, \quad V_{Th} = I_N R_N$$

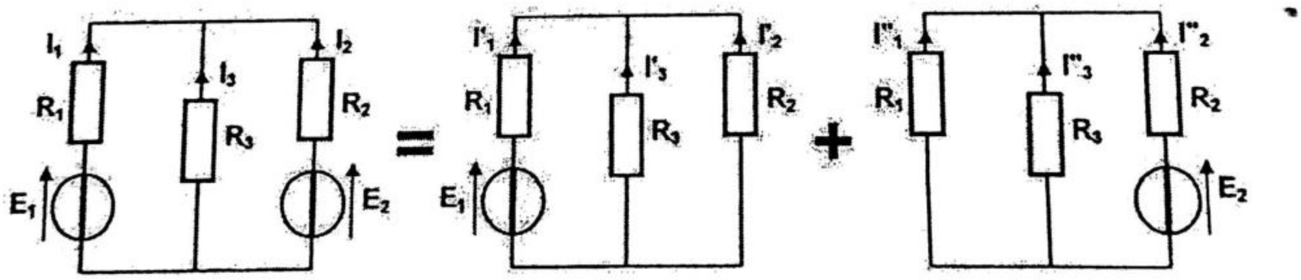


II-2-7 Théorème de superposition

C'est un théorème qui est utilisé lorsqu'une charge est alimentée par plusieurs sources(dipôles actifs et linéaires) de tension ou de courant indépendantes: Si la charge est alimentée par plusieurs sources indépendantes le courant traversant cette charge est la somme des courants dus à la contribution de chacune des sources.

On peut démontrer aussi que la tension aux bornes de la charge est égale à la somme des tensions calculées aux bornes de cette charge quand chaque source agit seule.

Exemple :



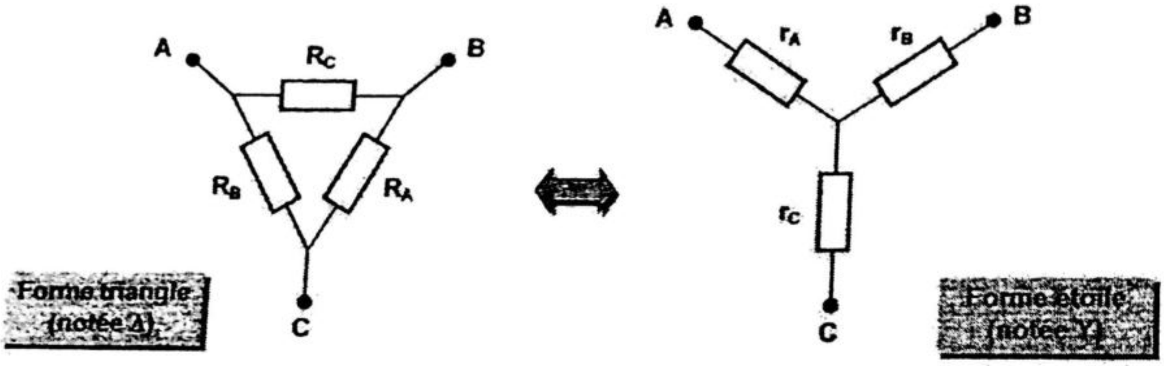
Il faut éteindre toutes les sources sauf une et effectuer le calcul la grandeur : tension aux bornes de la charge (ou l'intensité dans la branche de la charge) , refaire l'opération jusqu'qu'il ait autant de grandeurs calculées que de sources indépendantes.

Pour le cas ci-dessus on peut écrire que : $I_1 = I'_1 + I''_1$ et $I_2 = I'_2 + I''_2$ et $I_3 = I'_3 + I''_3$.

Remarque: Si un ou plusieurs des dipôles actifs linéaires du circuit comportent des sources de courant, il faut les remplacer lors de l'application du théorème, par un circuit ouvert; les sources de tension sont à remplacer par un court-circuit (fils).

II-2-8 Théorème de Kennely

Ce théorème permet de déterminer les éléments d'un schéma équivalent « triangle » à partir d'un schéma donné sous une forme « étoile ».



On passe d'un montage **triangle** à un montage **étoile**, en calculant les résistances r_A, r_B et r_C :

$$\boxed{r_A = \frac{R_B.R_C}{R_A + R_B + R_C}}$$

$$\boxed{r_b = \frac{R_A.R_C}{R_A + R_B + R_C}}$$

$$\boxed{r_c = \frac{R_A.R_B}{R_A + R_B + R_C}}$$

La transformation inverse (Etoile-Triangle) est utilisée dans le domaine des réseaux triphasés.

On notera l'admittance (ou conductance) $Y_k = 1/R_k$ et $y_k = 1/r_k$

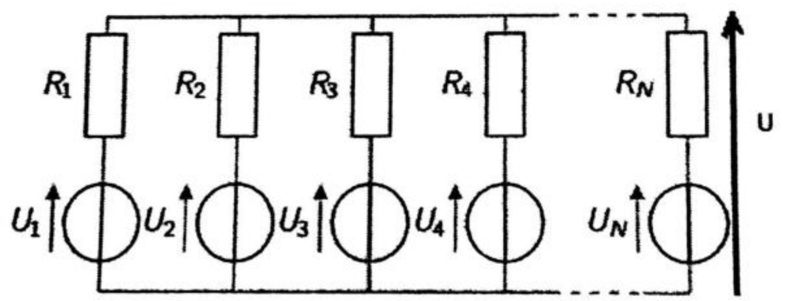
$$\boxed{Y_A = \frac{y_B.y_C}{y_A + y_B + y_C}}$$

$$\boxed{Y_b = \frac{y_A . y_C}{y_A + y_B + y_C}}$$

$$\boxed{Y_c = \frac{y_A . y_B}{y_A + y_B + y_C}}$$

II-2-9 Théorème Millman

Considérons N branches parallèles, comprenant chacune un générateur de tension parfait en série avec une résistance :



La tension au bort de toutes les branches est donnée par la formule suivante :

À démontrer

$$\boxed{U = \frac{\sum_i U_i \cdot \frac{1}{R_i}}{\sum_i \frac{1}{R_i}}}$$

dans le cas Général la formule s'écris : $\boxed{U = \frac{I + \sum_i U_i \cdot \frac{1}{R_i}}{\sum_i \frac{1}{R_i}}}$