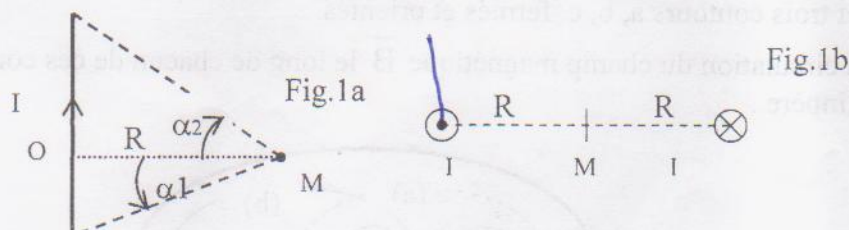


TD D'ELECTRICITE 2
SERIE N°1

Exercice 1

1- Déterminer l'expression du champ magnétique \vec{B} dû à un fil conducteur rectiligne de longueur L parcouru par un courant continu I , en un point M situé à la distance R de ce conducteur. Ce conducteur est vu de M sous les angles α_1 et α_2 (voir figure.1a). En déduire le champ créé par un fil rectiligne infini

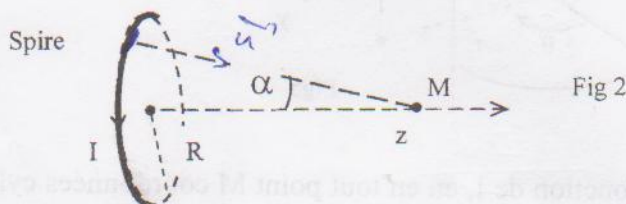


2- La figure 1 b représente une coupe de deux fils infinis parallèles parcourus par des courants de même intensité I , de sens opposés. Déterminer, le champ magnétique \vec{B} créé en un point M situé à distance égale des deux fils.

Exercice 2

On considère une spire S , de centre O d'axe Oz et de rayon R vu sous l'angle α d'un point M de son axe (Figure 2). La spire est parcourue par un courant continu d'intensité I .

- 1- En utilisant des arguments de symétrie, déterminer la direction du champ magnétique \vec{B} créée par la spire au point M de l'axe Oz situé à une distance $z = OM$ (figure 2).
- 2- Déterminer l'expression de $\vec{B}(z)$ en fonction de μ_0 , I , a et z en utilisant la loi de Biot et Savart



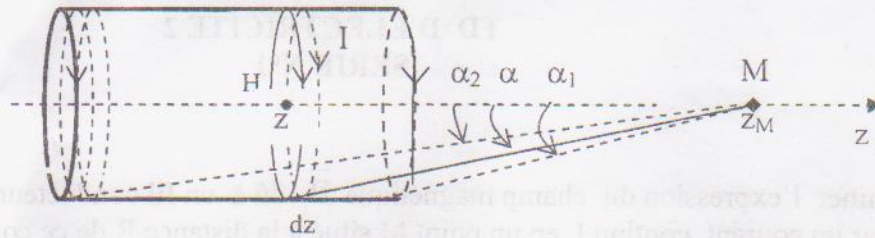
3- En déduire le champ créé par une bobine plate comportant (N) spires jointives au point M .

Exercice 3

On considère un solénoïde de longueur L comportant N spires jointives circulaires de rayon R , parcourues par un courant continu d'intensité I . On pose n le nombre de spires par unité de longueur.

On notera M un point de l'axe OZ du solénoïde et α_1, α_2 les angles sous lesquels depuis M , on voit les faces extrêmes du solénoïde.

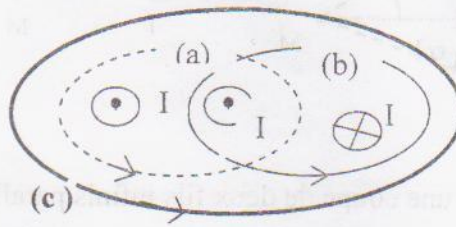
- 1- Calculer le champ magnétique élémentaire $d\vec{B}$ créée au point M par une tranche du solénoïde de longueur dz , constituant une bobine plate comportant ndz spires
- 2- En déduire l'expression du champ magnétique total $\vec{B}(M)$ créée au point M par le courant I.
- 3- Si la longueur du solénoïde devient infinie, donner l'expression du champ magnétique en un point de l'axe.



Exercice 4

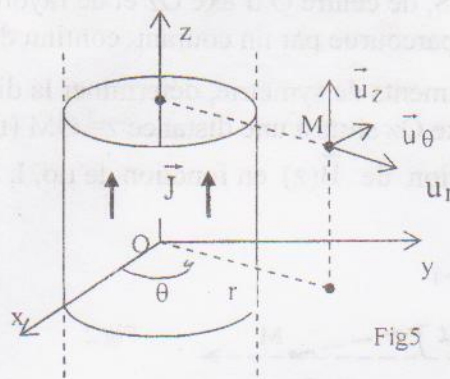
La figure 4 représente trois courants filiformes de même intensité I dont un est de sens opposé aux deux autres et trois contours a, b, c fermés et orientés.

Déterminer la circulation du champ magnétique \vec{B} le long de chacun de ces contours en appliquant le théorème d'Ampère.



Exercice 5

Un conducteur rectiligne cylindrique d'axe Oz , de longueur supposée infini, de rayon R est parcouru par un courant continu I de densité volumique uniforme $\vec{J} = J\vec{u}_z$.



1-Déterminer la densité de courant \vec{J} en fonction de I , en en tout point M coordonnées cylindriques (r, θ, z) dans la base orthonormée $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$ d'origine O (on considère les deux cas : $r > a$ et $r \leq a$).

2- En utilisant les propriétés des symétries et d'invariances d'une telle distribution de courant, justifier que le champ magnétique \vec{B} produit au point $M(r, \theta, z)$ est de la forme : $\vec{B}(r, \theta, z) = B(r)\vec{u}_\theta$.

3-Utiliser le théorème d'Ampère, pour déterminer la norme de \vec{B} en fonction de μ_0 , I , a et r (on considère les deux cas : $r > a$ et $r \leq a$)

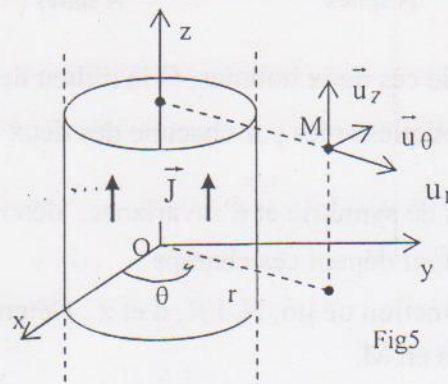
1,5 dh

TD D'ELECTRICITE 2

SERIE N°2

Exercice 1

Un conducteur cylindrique creux d'épaisseur négligeable, d'axe \vec{OZ} , de longueur infini et de rayon R . et parcouru par un courant I réparti en surface, de densité surfacique uniforme $\vec{J} = j\vec{e}_z$.



- 1- En utilisant les propriétés de symétrie et d'invariance, déterminer la structure du champ magnétique \vec{B} (direction, sens, dépendance par rapport à quelle(s) coordonnées).
- 2- Déterminer en utilisant le théorème d'ampère, le champ magnétique \vec{B} produit en un point M à la distance r de l'axe du conducteur.

Exercice 2

Un solénoïde de longueur infinie, comporte n spires par unité de longueur, de rayon R , parcourues par un courant d'intensité I .

- 1- Le champ magnétique \vec{B} est constant sur l'axe et a pour module $B = \mu_0 nI$. Démontrer en utilisant le théorème d'Ampère, qu'il est uniforme à l'intérieur du solénoïde.
- 2- Montrer qu'il est nul à l'extérieur du solénoïde.

Exercice 3

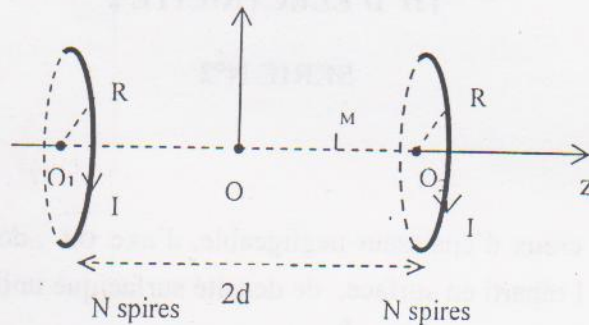
Un conducteur filiforme, rectiligne, infini et parcouru par un courant continu I . crée en tout point de l'espace un champ magnétique \vec{B} .

- 1- Calculer le flux Φ de \vec{B} , à travers un cylindre fermé ayant pour axe le fil. Donner une interprétation du résultat trouvé. Déterminer l'équation différentielle qui traduit la conservation du flux.

- 2- Utiliser le théorème de Stokes et donner l'expression du flux de \vec{B} à travers une surface (S) quelconque, limitée par un contour fermé (Γ), en fonction du potentiel vecteur \vec{A} .

Exercice 4 : Bobines d'Helmholtz

Soit 2 bobines plates circulaires identiques d'axe Oz, de rayon R comportant chacune N spires parcourues par le même courant I.



Soient O₁ et O₂ les centres de ces deux bobines, O le milieu de [O₁, O₂], 2d la distance O₁O₂. Soit \vec{B}_1 et \vec{B}_2 les champs magnétiques créés par chacune des deux bobines en un point M situé sur l'axe Oz, d'abscisse z.

- 1- En utilisant les propriétés de symétrie et d'invariance, déterminer la direction, le sens des champs \vec{B}_1 et \vec{B}_2 et la coordonnée dont dépendent ces champs.
- 2- Exprimer \vec{B}_1 et \vec{B}_2 en fonction de μ_0 , N, I, R, d et z. Déterminer le champ $\vec{B}(M)$ créé par l'ensemble des deux bobines en M.
- 3- Montrer que ce champ présente un maximum en O. Calculer $\vec{B}(O)$ en fonction de μ_0 , N, I, R, d.

2,5 dt

TD D'ELECTRICITE 2

SERIE N°3

Exercice 1

Un solénoïde infini de rayon R_s , comportant n spires par unité de longueur, a même axe qu'une bobine plate composée de N_b spires circulaires de rayon $R_b > R_s$. Les spires du solénoïde sont parcourues par le courant d'intensité I (figure 1).

- 1- Rappeler l'expression du champ magnétique produit par le solénoïde infiniment long en tout point M de l'espace.
- 2- En déduire l'expression du potentiel vecteur \vec{A} en tout point de l'espace par le calcul de la circulation de \vec{A} .

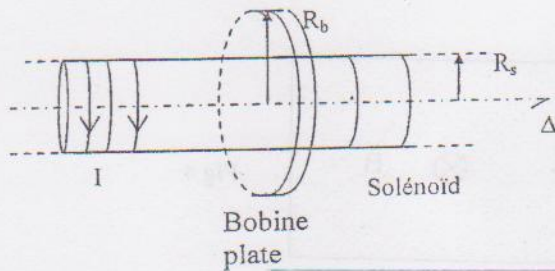


Fig 1

Exercice 2 : Effet Hall

Soit un mince ruban de cuivre de largeur a , d'épaisseur b , parcouru par un courant I dans le sens de la longueur, il est plongé dans un champ magnétique uniforme \vec{B} perpendiculaire au ruban dans le sens de \vec{e}_z . On appelle M et P les deux faces au bord du ruban, ces deux faces étant distantes de b .

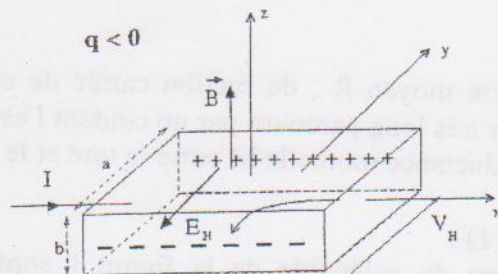


Fig 2

- 1- En admettant que les électrons de conduction en mouvement de vitesse \vec{v} dans le ruban de cuivre sont soumis, comme dans le vide, à la force de Lorentz, montrer qu'il apparaît entre les deux faces M et P une tension électrique V_H appelée tension de Hall. On indiquera le sens de V_H et les polarités des faces M et P du ruban
- 2- Déterminer V_H en fonction de a , v et B
- 3- En déduire V_H en fonction de I , B et b en faisant appel au vecteur densité de courant \vec{J}

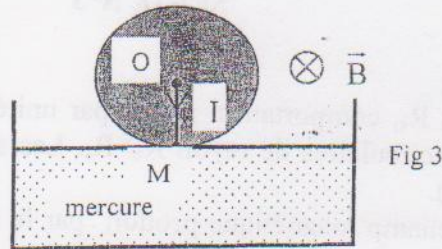
1

2.5 dt

Exercice 3 :

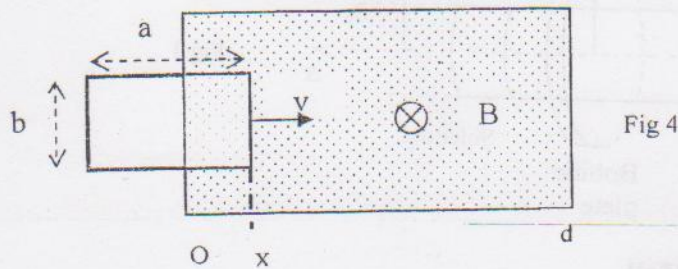
On considère la roue de Barlow de centre O et de Rayon R de la figure 3, placée dans un champ magnétique uniforme perpendiculaire au plan de la roue. Cette roue de rayon R n'est en contact avec le mercure qu'en un point M . En admettant que le courant ne traverse la roue que suivant le rayon OM , calculer :

- 1- la force de la palce résultante qui s'exerce sur la roue.
- 2- Son moment par rapport à l'axe de rotation
- 3- La puissance du moteur ainsi constitué lorsque la roue effectue n tours par seconde



Exercice 4 :

On considère une bobine rectangulaire de côtés a et b formée de N spires de résistance totale $R=16\Omega$. La bobine est attirée à une vitesse constante $v=1\text{m/s}$ dans une région d'épaisseur d où règne un champ magnétique uniforme \vec{B} ($B=2\text{T}$) (figure 4).



Tracer en fonction de la position x de celle-ci, les courbes suivantes :

- 1- Le flux magnétique ϕ à travers la bobine. On donne $h=4\text{cm}$; $a=10\text{cm}$, $d=15\text{cm}$, $N=2$.
- 2- La f.e.m induite « e » en fonction de x
- 3- La puissance P dissipée par effet joule par la résistance R .

Exercice 5 :

Une bobine torique de rayon moyen R , de section carrée de coté $2a$, possède N spires régulièrement enroulées. Un fil conducteur très long parcouru par un courant I est placé suivant l'axe de ce tore. Donner l'expression de l'inductance mutuelle M entre le tore et le fil.

Exercice 5 (suite exercice 1) :

On considère que les spires du solénoïde de la figure 1 sont parcourues par le courant d'intensité $i = I_m \cos(\omega t)$.

- 1- Déterminer l'expression de la force électromotrice induite dans la bobine par deux méthode : Loi de Faraday et circulation du champ électromoteur de Neumann.
- 2- Déterminer, le coefficient d'induction mutuelle M du système formé par le solénoïde et la bobine

Exercice 7 :

Retrouver, à partir de la densité d'énergie magnétique U_m , l'inductance L d'un solénoïde de rayon R et de longueur ℓ composé de N spires

2,5 dh

TD D'ELECTRICITE 2

SERIE N°4

Exercice 1 :

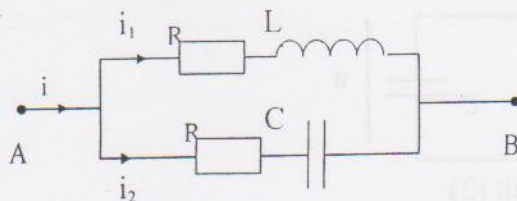
Une bobine torique d'axe Δ , de rayon moyen R , de section carrée de coté $2a$, possède N spires régulièrement enroulées.

- 1- Calculer le coefficient d'auto-inductance L du tore.
- 2- Le tore de résistance r est relié à un générateur de force électromotrice E par l'intermédiaire d'un interrupteur. A l'instant $t=0$, on ferme l'interrupteur. Donner, l'expression de la de force électromotrice d'auto-induction e
- 3- Déterminer l'équation différentielle vérifiée par le courant I qui s'établi dans le circuit à l'instant t et en déduire l'expression de I .
- 4- Calculer l'énergie magnétique emmagasinée par le tore lorsque le régime permanent est atteint.

Exercice 2

Considérons le circuit ci-dessous, on applique entre A et B une tension sinusoïdale $u(t) = U_m \cos(\omega t)$, on pose $R = L\omega = \frac{1}{C\omega}$

- 1- Trouver l'impédance complexe \bar{Z} équivalente du circuit AB .
- 2- Donner l'expression des courants i , i_1 et i_2



Exercice 3

Un appareil électrique M d'inductance L en série avec une résistance R , alimenté par une tension sinusoïdale (220V, 50Hz), consomme la puissance $P=5,5KW$. L'intensité efficace du courant qui le traverse est 32A

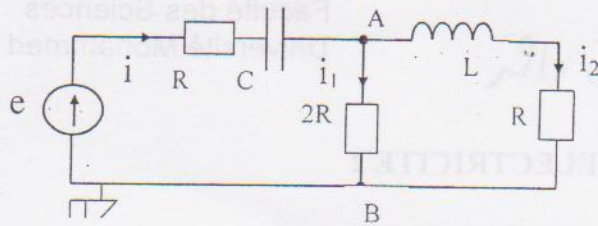
- 1- Calculer le facteur de puissance de l'appareil. En déduire le déphasage ϕ de la tension $u(t)$ par rapport au courant $i(t)$,
- 2- On place en parallèle à M un condensateur de capacité C , déterminer, en utilisant la méthode de Fresnel, le nouveau déphasage ϕ'

Exercice 4

Considérons le circuit ci-dessous, alimenté par une source de tension de f.e.m $e = E_m \cos \omega t$. La pulsation est telle que $L\omega = R = 1/C\omega$. Déterminer le courant i_2 circulant dans l'inductance L :

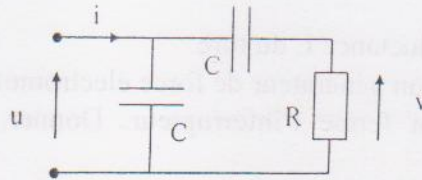
- 1- Par application des lois de Kirchhoff

2- Par application du théorème de Thévenin.



Exercice 5

Considérons le circuit ci-dessous, alimenté par une tension sinusoïdale $u(t) = U_m \cos(\omega t)$. La pulsation est telle que : $\omega = 1/RC$.

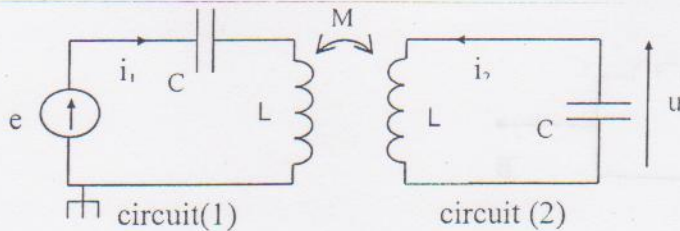


- 1- Calculer l'impédance d'entrée complexe $\bar{Z}_e = \frac{\bar{u}}{\bar{i}}$.
- 2- Calculer en fonction de U_m et R , la puissance fournie par le générateur et la puissance reçue par la résistance R par le tore lorsque le régime permanent est atteint.

Exercice 6

Considérons le montage ci-dessous, de deux circuits couplés par inductance mutuelle. Le circuit (1) est alimenté par un générateur de tension de f.e.m : $e(t) = E \cos \omega t$. Calculer le rapport complexe:

$$\bar{H} = \frac{\bar{u}}{e}$$



Correction Série n=1 Electricité 2.

exercice 1

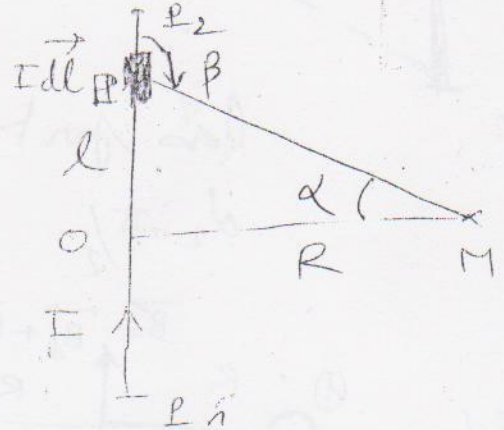
1. on choisit le repère $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$

L'élément de courant $I d\vec{l}$ est en P tel que

$$\vec{OP} = l \vec{e}_2 \text{ oué au pt M.}$$

le champ $d\vec{B}$ tel que

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \wedge \vec{PM}}{PM^3}$$



• direction de $d\vec{B}$

\perp au plan $(d\vec{l}, \vec{PM})$

• Sens de $d\vec{B}$: orienté suivant \vec{e}_3 (dire-bouillon)

• module de $d\vec{B}$: $dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I dl \sin(\beta)}{PM^2}$

Le champ total :

$$\vec{B} = B \vec{e}_3 \text{ avec } B = \int_{P_1}^{P_2} dB$$

Principe de superposition :

* Variable d'intégration α tel que

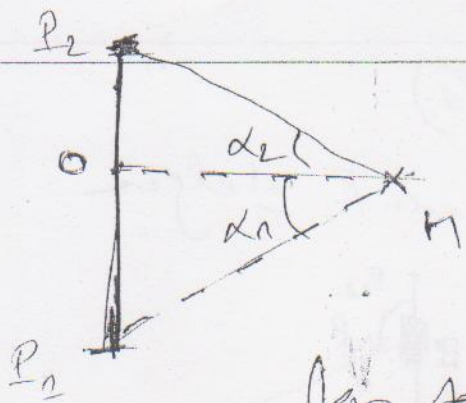
$$\alpha = \beta - \pi/2 \Rightarrow \sin \beta = \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{R}{PM} \Rightarrow \frac{1}{PM} = \frac{\cos \alpha}{R}$$

$$\int d\alpha = \frac{l}{R} \Rightarrow dl = \frac{R}{\cos^2 \alpha} d\alpha$$

on obtient $dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \cos\alpha \, d\alpha$ (2)

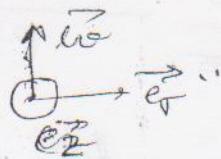
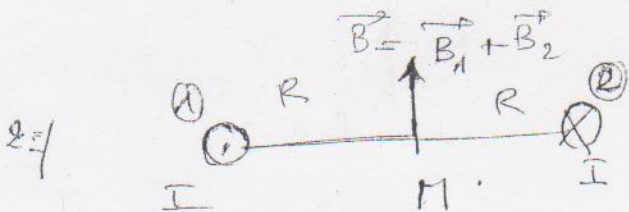
et $B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \cos\alpha \, d\alpha = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} (\sin\alpha_2 - \sin\alpha_1)$



$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} (\sin\alpha_2 - \sin\alpha_1) \vec{e}_z$$

cas particulier d'un fil ∞ :

$\alpha_2 = \pi/2$ $\alpha_1 = -\pi/2 \rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \vec{e}_z$



Soit \vec{B}_1 le champ créé par le fil conducteur (1) ~~à droite~~
 gauche et \vec{B}_2 ...

$$\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \vec{e}_z$$

$$\vec{B}_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \vec{e}_z$$

le champ total créé par le système des 2 conducteurs
 est alors

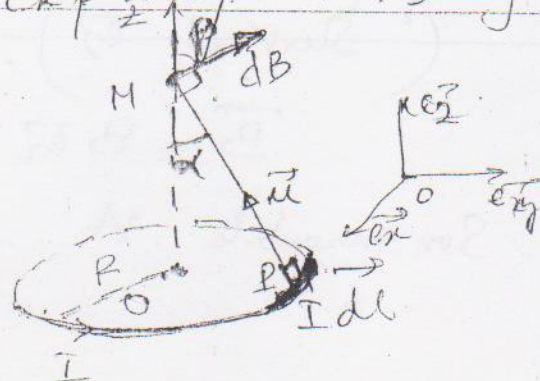
$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = \frac{\mu_0 I}{\pi R} \vec{e}_z$$

Exercice 2

on choisit le repère $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$.

L'élément de courant $I d\vec{\ell}$ centré en P produit en un point M de l'axe le champ magnétique $d\vec{B}$: tel que

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{\ell} \wedge \vec{PM}}{PM^3}$$



- direction $d\vec{B}$ (\perp au plan $(d\vec{\ell}, \vec{PM})$)
- Sens tel que le trièdre $(d\vec{\ell}, \vec{PM}, d\vec{B})$ direct. $(\widehat{(d\vec{\ell}, \vec{PM})}) = \frac{\pi}{2}$
- module $dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\ell}{PM^2} \sin\left(\frac{\pi}{2}\right)$

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\ell}{PM^2}$$

Champ total $\vec{B} = \int_{\text{spire}} d\vec{B}$

Propriétés de symétrie.

on choisit le repère $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$

Symétrie: on remarque que le plan (yOz) est un plan d'antisymétrie pour le courant,

comme $\vec{PM} \in (yOz) \Rightarrow \vec{B}(M) \parallel (yOz) \Rightarrow B_x(M) = 0$

le plan (xOz) est aussi un plan d'antisymétrie \Rightarrow

$$\vec{B}(M) \parallel (xOz) \Rightarrow B_y(M) = 0 \Rightarrow \vec{B}(M) = B(M) \vec{e}_z$$

le Champ total \vec{B} est alors porté par l'axe \vec{OZ} ; son sens est donné par la règle de la tire-boulon.

(sur \vec{e}_z).

$$\vec{B} = B \vec{e}_z$$

son module est $B = \int_{\text{spire}} dB_z(M)$

avec dB_z : projection de $d\vec{B}$ sur l'axe \vec{OZ}

$$dB_z = d\vec{B} \cdot \vec{e}_z = dB \cos \beta = dB \sin \alpha$$

vari

$$\rightarrow dB_z = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dl \sin \alpha}{R^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \times \frac{\sin^3 \alpha}{R^2} dl$$

car $\sin \alpha = R / PM$

variable d'intégration: $dl = R d\theta$

$$\Rightarrow dB_z = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{\sin^3 \alpha}{R} d\theta$$

$$B_z(M) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{\sin^3 \alpha}{R} \int_0^{2\pi} d\theta = \frac{\mu_0 I}{2R} \sin^3 \alpha$$

on peut aussi exprimer \vec{B} en fonction de la cote du point M.

$$\sin \alpha = \frac{R}{PM} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + z^2}}$$

$$\text{et } \vec{B}(M) = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(\sqrt{R^2 + z^2})^3} \vec{e}_z$$

au centre O: $z = 0 \Rightarrow \vec{B}(O) = \frac{\mu_0 I}{2R} \vec{e}_z$

Bobine plate $\vec{B} = N B_n = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{R^3} \vec{e}_z$

TD : Electromagnétisme

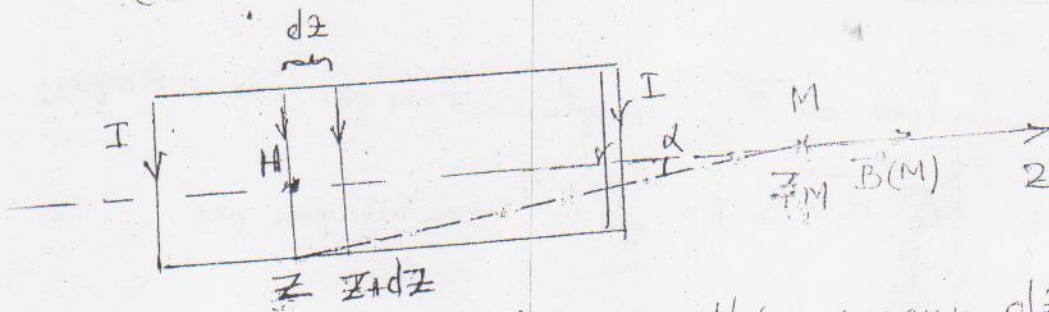
Série n=1

2011 / 2012 - Semestre 3

Ex 5

Les spires sont jointives : le champ mag \vec{B} en M s'obtient en faisant la somme des champs colinéaires produits par toutes les spires

$\Rightarrow \vec{B}$ est porté par \vec{dz} ; son sens est donné par la règle de la main droite.



Une tranche du solénoïde d'épaisseur dz , contient $n dz$

Spires (avec $n = \frac{N}{L}$)

Celle-ci, constituant une bobine plate, produit en M de l'axe \vec{Oz} , le champ mag élémentaire $d\vec{B} = n dz \times \vec{B}_{\text{spire}}$

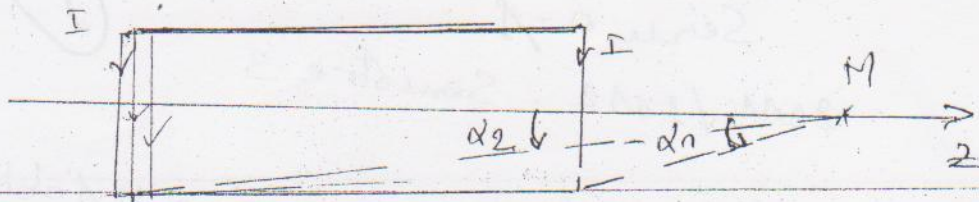
\vec{B}_{spire} : Champ d'une spire

$$d\vec{B} = dB \vec{e}_z = n dz \times \frac{\mu_0 I}{2R} \sin^3 \alpha \vec{e}_z \quad (\text{Voir résultat de l'exercice 4 série 1})$$

2) Choisissons α comme variable d'intégration, on a :

$$MH = z_M - z = R \cot \alpha \Rightarrow dz = -R \frac{d\alpha}{\sin^2 \alpha}$$

$$\Rightarrow dB = n \frac{\mu_0 I}{2} \sin \alpha \cdot d\alpha \Rightarrow B = \int_{\text{Solen}} dB = \frac{n \mu_0 I}{2} \int_{\alpha_2}^{\alpha_1} \sin \alpha d\alpha$$



$$\vec{B} = \frac{\mu_0 m I}{2} (\cos \alpha_2 - \cos \alpha_1) \vec{e}_z$$

3: Dans le cas où l tend vers l'infini: on a:
 $\alpha_2 \rightarrow 0$, et $\alpha_1 \rightarrow \pi$

$$\Rightarrow \underline{B_\infty = \mu_0 m I}$$

EX 1 Circulation de \vec{B} ; Application du Th d'Ampère

$$\mathcal{C}_{(a)}(\vec{B}) = \oint_{(a)} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_k \pm I_k \text{ entalé par (a)}$$

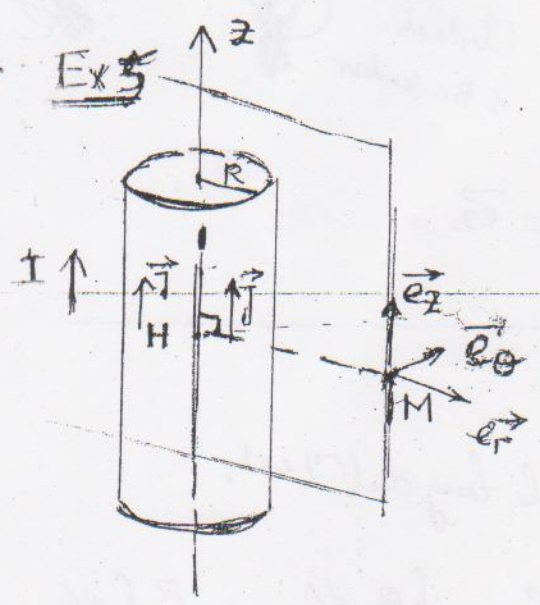
$$\oint_{(a)} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \cdot I$$

$$\mathcal{C}_{(b)}(\vec{B}) = \oint_{(b)} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_k \pm I_k \text{ entalé (b)}$$

$$\oint_{(b)} \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0$$

$$\mathcal{C}_{(c)}(\vec{B}) = \oint_{(c)} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum_k \pm I_k \text{ entalé (c)}$$

$$\oint_{(c)} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \cdot I$$



On prend le système de coord cylindrique pour décrire \vec{B} .

$$(\vec{e}_r, \vec{e}_\phi, \vec{e}_z) : M(r, \phi, z)$$

Soit H projection orthogonale de M sur \vec{Oz} .

1/ Symétrie

le plan Π défini par la droite HM et l'axe \vec{Oz} est un plan de symétrie pour le courant \Rightarrow

$\vec{B}(M) \perp HM \Rightarrow \vec{B}(M) \parallel \vec{e}_\phi$. on peut écrire: $\vec{B} = B \vec{e}_\phi$.
les lignes de \vec{B} sont alors des cercles centrés sur l'axe \vec{Oz} du conducteur.

Invariance

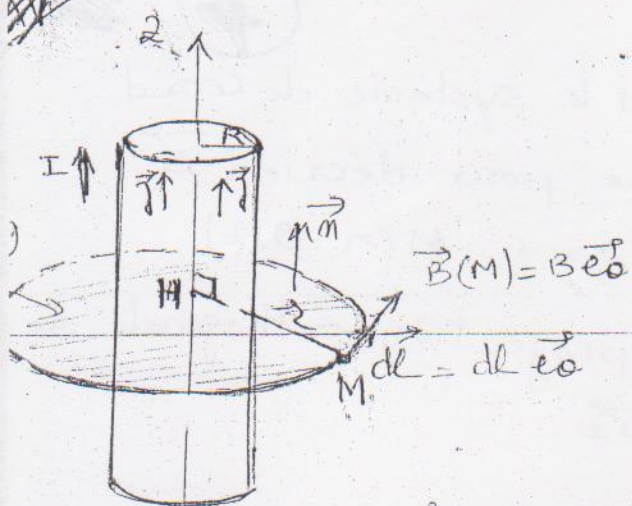
force translation \parallel à l'axe \vec{Oz} , ainsi que toute rotation autour de cette axe, laisse invariante la distribution du courant. $\Rightarrow \vec{B}(M) = \vec{B}(r, \phi, z) = \vec{B}(r) = B(r) \vec{e}_\phi$.

2/ Appliquons le théorème d'Ampère pour déterminer l'expression de $\vec{B}(r)$.
la courbe d'Ampère (Γ) est choisie de la même forme que les lignes de \vec{B} . $\Rightarrow (\Gamma)$ est un cercle de rayon r et d'axe \vec{Oz} , orienté dans le même sens de \vec{B} .

\Rightarrow la normale \vec{n} à la surface (S) limitée par (Γ) est donc le même pas que le courant I (ou \vec{j})
 $\vec{n} = \vec{e}_z$.

Oude
3

Juni 1
4 Chieeb
4 Benkaderr



$$\vec{n} = \vec{e}_2$$

la circulation de \vec{B} le long de (Γ) est:

$$\oint_{(\Gamma)} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_{(\Gamma)} B \vec{e}_2 \cdot dl \vec{e}_0 = \int_{\Gamma} B dl = B \int_{\Gamma} dl$$

$$\oint_{(\Gamma)} \vec{B} \cdot d\vec{l} = B \times 2\pi r$$

sel'après le théorème d'Ampère, on a:

$$\oint_{(\Gamma)} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_S$$

où: I_S est l'intensité traversant la surface S limitée par (Γ) .

on distingue 2 cas:

1^{er} cas $r > R$: $I_S = I$

le signe de I est positif puisque I est orienté dans le même sens que \vec{n} .

$$\Rightarrow B \times 2\pi r = \mu_0 I \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \quad ; \quad \vec{B}(M) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \vec{e}_2$$

2^e cas $r < R$: l'intensité qui traverse la surface (S)

limitée par (Γ) est:

$$I_S = \iint_S \vec{j} \cdot d\vec{S} = \iint_S \vec{j} \cdot \vec{n} dS \quad (\text{avec } \vec{j} = j \vec{e}_2)$$

$$I_S = \iint_S j dS = j \times \pi r^2 = \frac{I}{\pi R^2} \times \pi r^2 = \frac{I r^2}{R^2}$$

$$\Rightarrow \vec{B}(M) = \frac{\mu_0 I r^2}{2\pi R^2} \vec{e}_2 = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R} \vec{e}_2$$

Serie n=2

(1) (2)

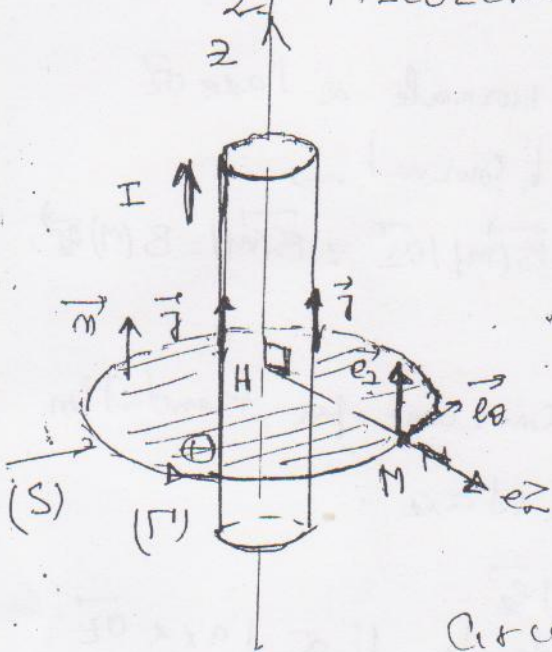
ExA : Conducteur cylindrique creux; répartition de surface

$$\text{de courant de densité } \vec{j} = \frac{I}{2\pi R} \vec{e}_z$$

Propriétés de symétrie et d'invariance :

$$(\text{Voir exercice 3}) \Rightarrow \vec{B}(r, 0, z) = B(r) \vec{e}_\theta$$

2) Théorème d'Ampère



(Γ) est une courbe circulaire de rayon r , d'axe \vec{Oz} orientée dans le même sens que \vec{B} .
la normale \vec{n} à (S) limitée par (Γ) est suivant \vec{e}_z : $\vec{n} = \vec{e}_z$ (\vec{n} sens que \vec{B})

Circulation de \vec{B} le long de (Γ) :

$$\int_{(\Gamma)} \vec{B} \cdot d\vec{l} = B \times 2\pi r$$

Théorème d'Ampère : $\int_{(\Gamma)} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_S$

on distingue 2 cas :

• $r < R$... $I_S = 0$ aucun courant ne traverse

la surface S limitée par (Γ) $\Rightarrow B(r) = 0$

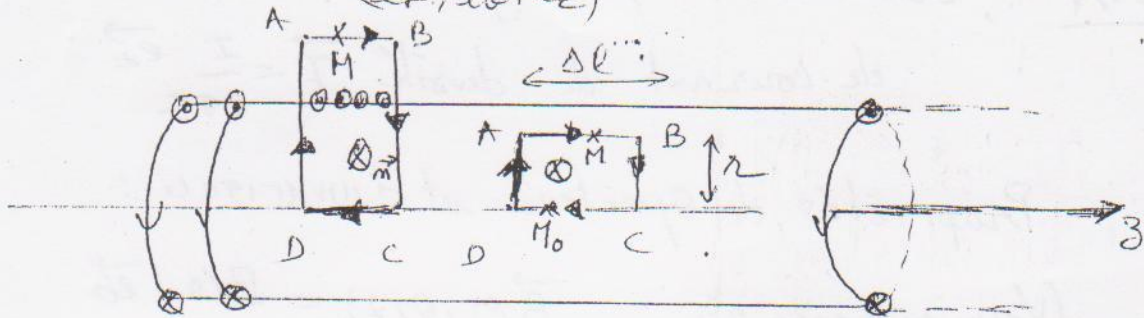
• $r > R$ $I_S = I$ (courant traversant S est I , orienté dans le sens de \vec{n})

$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

EX 2 Solénoïde ∞

On prend le système de coordonnées cylindrique

$(\vec{e}_r, \vec{e}_\phi, \vec{e}_z)$



Considérons un point M à l'intérieur du solénoïde: $M(r, 0, z)$

avec $0 < r < R$.

Symétrie: le plan (Π) passant M et normale à l'axe oz est un plan de symétrie pour le courant \Rightarrow

$$\vec{B}(M) \text{ est } \perp \vec{a}(\Pi) \Rightarrow \vec{B}(M) \parallel oz : \vec{B}(M) = B(r) \vec{e}_z$$

Invariance:

on a invariance de la distribution de courant par translation.

\parallel à oz et par rotation autour de cet axe.

$$\Rightarrow \vec{B}(M) = \vec{B}(r, 0, z) = \vec{B}(r) = B(r) \vec{e}_z$$

les lignes de champ sont donc des droites \parallel à l'axe oz

Appliquons le théorème d'Ampère

Choix du contour: on prend un contour rectangulaire ABCD.

dans le plan (\vec{e}_r, \vec{e}_z) passant par le point $M(r)$ situé à la distance r de l'axe oz où le champ $\vec{B}(r)$ à déterminer

et par le point $M_0(r=0)$ situé sur l'axe oz où le

champ \vec{B}_0 est connu (Voir figure)

$$\oint_{ABCD} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_{AB} \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_{BC} \vec{B}_0 \cdot d\vec{l} + \int_{CD} \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_{DA} \vec{B} \cdot d\vec{l}$$

Sur BC et DA: $\vec{B} \perp d\vec{l} \Rightarrow \int_{ABCD} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_{AB} \vec{B} \cdot d\vec{l} + \int_{CD} \vec{B} \cdot d\vec{l}$

Sur AB $\vec{B} = B(r)\vec{e}_2$ et sur CD $\vec{B} = B_0\vec{e}_2$ (3) ~~3~~

d'autre part le champ est constant sur AB et sur CD.

$$\Rightarrow \oint_{ABCD} \vec{B} \cdot d\vec{l} = B(r) \int_{AB} dl - B_0 \int_{CD} dl$$

$$= (B(r) - B_0) \Delta l$$

Ampère $\oint_{ABCD} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{enc}} \text{ par } (ABCD)$

Aucun courant ne traverse la surface du rectangle ABCD
le lui-ci étant intérieur au solénoïde \rightarrow

$$I_{\text{enc}} = 0 \Rightarrow B(r) - B_0 = 0$$

$$\Rightarrow B(r) = B_0 = \mu_0 n I$$

On en déduit que le champ magnétique est uniforme à l'intérieur du solénoïde: pour $r < R$, $\vec{B}(r) = \mu_0 n I \vec{e}_2$.

2°) on prend maintenant M à l'extérieur du solénoïde
à la distance r de l'axe: $r > R$.

on prend un contour rectangulaire (d'un côté $r=0$
où le champ est connu \vec{B}_0 et l'autre à la distance r
où $\vec{B}(r)$ est déterminé,

Appliquons le théorème d'Ampère:

$$\oint_{ABCD} \vec{B} \cdot d\vec{l} = B(r) \Delta l - B_0 \Delta l = \mu_0 n \Delta l \times I$$

$$\Rightarrow B(r) = 0 \Rightarrow \vec{B}_{\text{ext}} = 0$$

Solénoïde \rightarrow

$$\begin{cases} B_{\text{int}} = \mu_0 n I \\ B_{\text{ext}} = 0 \end{cases}$$

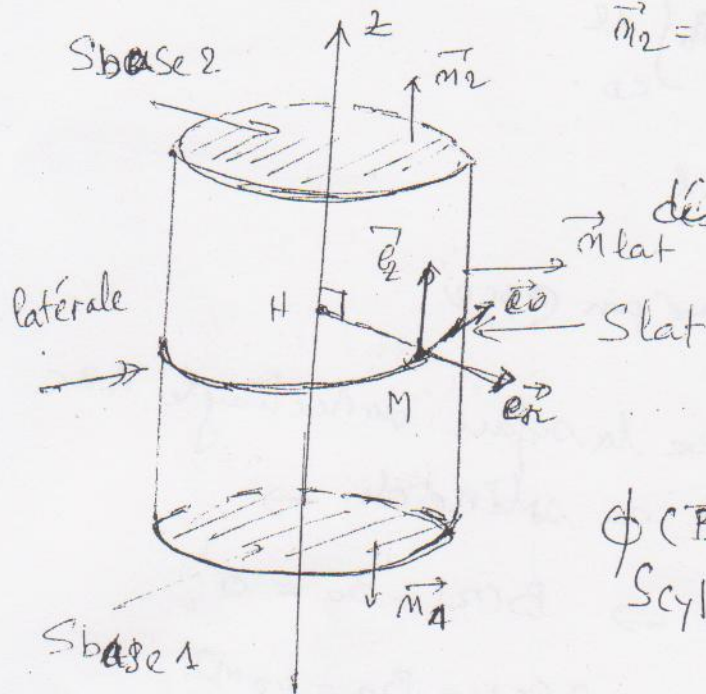
EX 3

~~Q~~

Soit \vec{B} le champ mag produit par un fil infini
en coord cylindrique on a: $\vec{B} = B(r)\vec{e}_\theta$

$$\vec{n}_2 = \vec{e}_z \quad \vec{n}_1 = -\vec{e}_z \quad \vec{n}_{lat} = \vec{e}_\theta$$

considérons la surface fermée



délimitant le cylindre (S_{cyl}) ayant pour
axe le fil.

$$S_{cyl} = S_{b1} \cup S_{b2} \cup S_{lat}$$

$$\oint_{S_{cyl}} (\vec{B}) = \oint_{S_{b1}} (\vec{B}) + \oint_{S_{b2}} (\vec{B}) + \oint_{S_{lat}} (\vec{B})$$

$$\oint_{S_{cyl}} (\vec{B}) = \int_{S_{b1}} \vec{B} \cdot \vec{e}_z \, dS + \int_{S_{b2}} \vec{B} \cdot (-\vec{e}_z) \, dS + \int_{S_{lat}} \vec{B} \cdot \vec{e}_\theta \, dS$$

$\oint_{S_{cyl}} (\vec{B}) = 0 \Rightarrow$ le flux de \vec{B} à travers une surface
fermée est nul. \Rightarrow

\Rightarrow le flux de \vec{B} est conservatif.

2^o Soit $\oint_S (\vec{B})$: flux de \vec{B} à travers une surface (S)
s'appuyant sur un contour fermé (Γ) orienté.

$$\oint_S (\vec{B}) = \iint_S \vec{B} \cdot \vec{n} \, dS \quad \text{or } \vec{B} = \text{rot } \vec{A} \Rightarrow$$

$$\oint_S (\vec{B}) = \iint_S \text{rot } \vec{A} \cdot \vec{n} \, dS \quad \text{d'après la théorie de}$$

Stokes on peut écrire: $\oint_S (\vec{B}) = \int_{(\Gamma)} \vec{A} \cdot d\vec{l}$

Ex 4

(5)

1) on se place en coord cylindriques $(\vec{e}_r, \vec{e}_\phi, \vec{e}_z)$
 $\vec{e}_z \parallel$ à l'axe des bobines.

Tous les plans contenant l'axe des bobines sont
des plans d'antisymétrie \Rightarrow Donc le champ mag
sur l'axe oz est contenu dans les plans.

$$\Rightarrow \vec{B}(M) \parallel \vec{e}_z \Rightarrow \vec{B}(M) = B(M)\vec{e}_z$$

Le système est invariant pour rotation autour
de l'axe $oz \Rightarrow \vec{B}(M)$ est indépendant de θ

$$\Rightarrow \vec{B}(M) = B(z)\vec{e}_z$$

2) Le champ produit par les 2 bobines est la résultante
de contributions de chaque bobine

$$B(z) = \frac{\mu_0 N I R^2}{2\sqrt{(z-d)^2 + R^2}} + \frac{\mu_0 N I R^2}{2\sqrt{(z+d)^2 + R^2}}$$

3) Ce champ présente un maximum en 0. En
effet la dérivée de $B(z)$ s'écrit :

$$\frac{dB}{dz} = \frac{\mu_0 N I R^2}{2} \left(-\frac{3}{2} \frac{2(z+d)}{\sqrt{(z+d)^2 + R^2}} - \frac{3}{2} \frac{2(z-d)}{\sqrt{(z-d)^2 + R^2}} \right)$$

qui s'annule pour $z = 0$

Correction serie n=3
Electrotech STPC
2012-2013.

Exercice 1

1/ Champ magn produit par le solénoïde

$r < R_s$

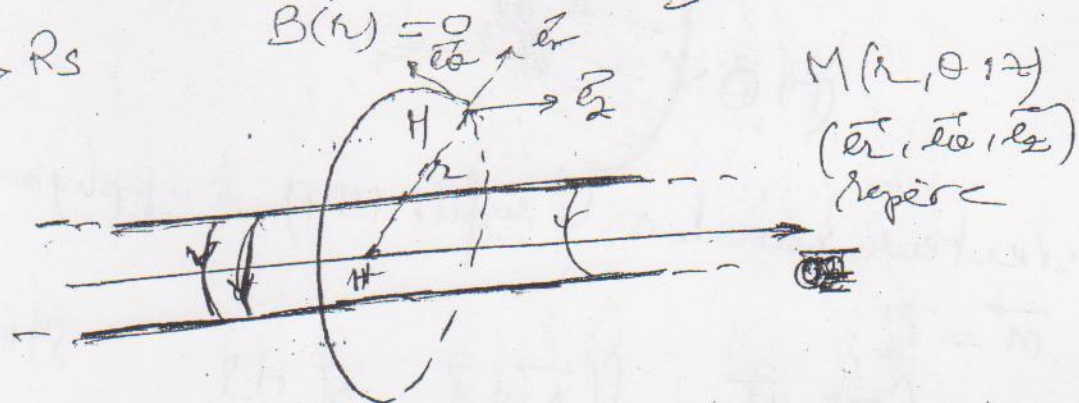
$$\vec{B}(r) = \mu_0 n I \vec{e}_z$$

uniforme à l'intérieur.

$r > R_s$

$$\vec{B}(r) = \vec{0}$$

nil à l'extérieur.



El Symetrie
tout plan contenant l'axe \vec{Oz} du solénoïde est un
plan d'antisymetrie par le courant

$$\Rightarrow \vec{A} \text{ est } \perp \text{ à ces plans } \Rightarrow \vec{A} \parallel \vec{e}_\theta$$

Invariance
la distribution de courant est à symetrie
cylindrique, donc invariante par translations
d'axe \vec{Oz} et par rotation autour de cet axe.

$$\Rightarrow \vec{A}(R, \theta, z) = \vec{A}(r)$$

$$\Rightarrow \vec{A}(M) = A(r) \vec{e}_\theta$$

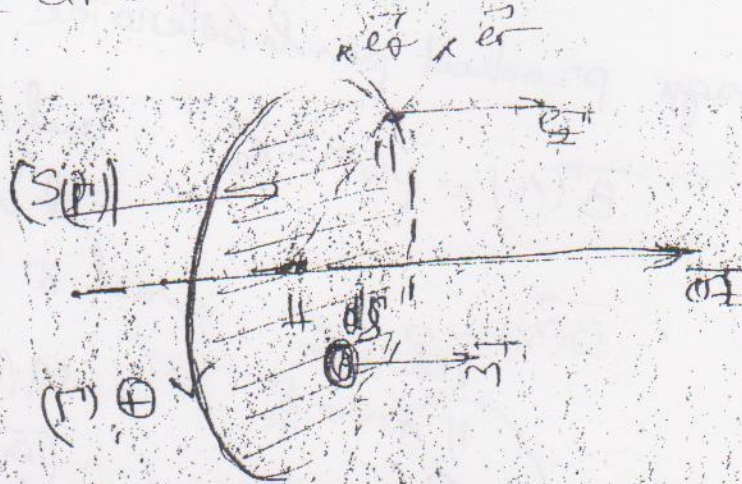
Calculons la circulation de \vec{A}

II

Contour choisi (Γ): cercle passant par M , d'axe OZ

et de rayon r .

Sens de circulation: celui de \vec{e}_θ .



\vec{n} : vecteur normale à la surface (S) s'appuyant sur (Γ)

$$\vec{n} = \vec{e}_z$$

on a: $\oint_{(\Gamma)} \vec{A} \cdot d\vec{\ell} = \iint_{(S)} \text{rot } \vec{A} \cdot \vec{n} \, dS$ Stokes.

$$\oint_{(\Gamma)} \vec{A} \cdot d\vec{\ell} = \int_0^{2\pi} A(r) \vec{e}_\theta \cdot r d\theta \vec{e}_\theta = \int_0^{2\pi} A(r) r \, d\theta = A(r) \times 2\pi r$$

$$\oint_{(S)} \text{rot } \vec{A} \cdot \vec{n} \, dS = \iint_{(S)} \vec{B} \cdot \vec{n} \, dS = \int_{(S)} B \, dS$$

(B a tra) (S)

B et \vec{n} sont égaux au rep.

Pour $r < R_s$

$$\int_{(S)} B \cdot d\vec{S} = B \int_{(S)} dS = B \times \pi r^2$$

$$= \mu_0 \alpha I_s \times \pi r^2$$

Pour $r > R_s$, \vec{B} existe qui à l'intérieur de la section SA de rayon R_s .

$$\Rightarrow \int_{S_A} \vec{B} \cdot d\vec{s} = \iint_{S_A} B \cdot d\vec{s} = B \int_{S_A} ds = \mu_0 I_s \times \pi R_s^2$$

$$\Rightarrow \boxed{A(r) = \frac{\mu_0 m R_s^2}{2} I_s}$$

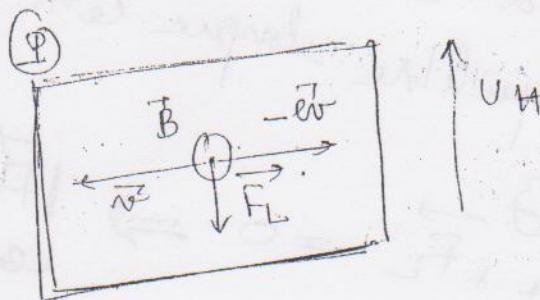
Exercice 2

1/ Sous l'effet de \vec{B} , les e^- de conduction en mouvement à la vitesse \vec{v} sont soumis à la force de Lorentz

$$\vec{F}_L = q\vec{v} \wedge \vec{B} = qv B \vec{e}_y \quad q < 0$$

$$= -e \vec{v} \wedge \vec{B} \quad (\vec{v} \wedge \vec{B}) = vB \vec{e}_y$$

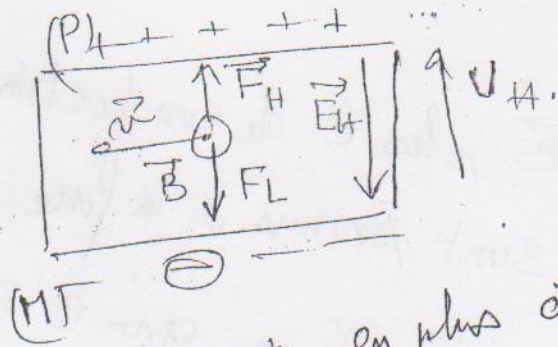
Cette force est dans le plan du ruban:



Les e^- sont déviés par la force \vec{F}_L vers la face M: la face M est chargée négativement, donc la face P devient chargée positivement. (par défaut d'électrons)

l'apparait donc entre les 2 faces une différence de potentiel, appelée tension de Hall V_H dirigée de (M) vers (P)

2- du fait de la tension de Hall, il apparait dans le ruban un champ électrique \vec{E}_H , dirigé dans le sens des potentiel décroissant, donc orienté de P vers M.



les e^- sont donc soumis en plus à une force électrique de Hall

$$\vec{F}_H = q \vec{E}_H = -e \times \vec{E}_H$$

\vec{F}_H est opposé à \vec{F}_L
on atteint un équilibre lorsque cette force compense la force de Lorentz.

$$\vec{F}_H + \vec{F}_L = 0 \Rightarrow \|\vec{F}_H\| = \|\vec{F}_L\| \text{ en module}$$

$$\Rightarrow \|\vec{F}_H\| = e \times E \quad \|\vec{F}_L\| = e v B$$

Comme $E = \frac{V_H}{a} \Rightarrow v B = \frac{V_H}{a}$

$$\Rightarrow \boxed{V_H = a v B}$$

27/ En faisant appelle au vecteur densité de courant \vec{J}
 (n = densité des e^- de conducteur)

$$\vec{J} = nq\vec{v}$$

la module $J = |\vec{J}| = nev$

le courant est donné par:

$$I = \int \vec{J} \cdot d\vec{s} = J \times ab$$

d'où l'expression de v :

$$v = \frac{I}{abne}$$

$$\Rightarrow M_H = \frac{a \times I}{abne} \times B = \frac{I B}{n e b}$$

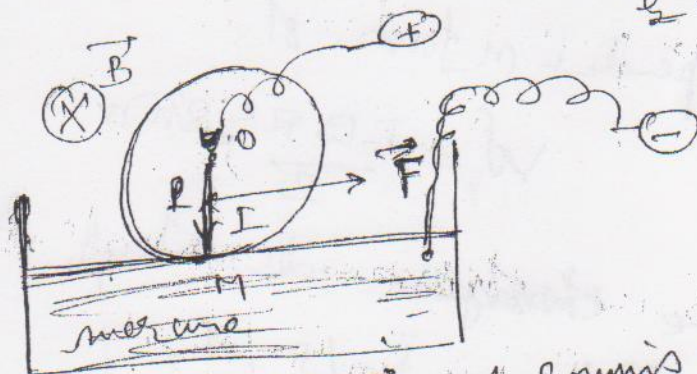
on écrit dans la forme

$$M_H = R_H \times \frac{I B}{b}$$

avec $R_H = \frac{1}{ne}$

R_H appelé coefficient de Hall

Exercice 3



4/ Chaque élément $d\vec{l}$ de \vec{OH} est soumis à la force de Laplace

$$d\vec{F} = I d\vec{l} \wedge \vec{B} = I B dl \vec{e}_x$$

la force résultante est donc \perp à \vec{OH} et
a pour expression:

$$\vec{F} = I B R \vec{e}_x$$

2/ Le moment de \vec{F} / à l'axe de rotation Δ

$$\Gamma = \vec{OP} \wedge \vec{F} = \frac{R}{2} \times F \times \vec{e}_z$$

$$\Gamma = \frac{I B R^2}{2} \vec{e}_z$$

3/ Le travail de la force de Laplace pendant un
rotat° élémentaire $d\theta$ est:

$$dW = \Gamma d\theta = \frac{I B R^2}{2} d\theta$$

le travail est pendant n tours, st.

$$W = \frac{I B R^2}{2} \times 2\pi n$$

la puissance ~~électrique~~ du moteur lorsque la
roue effectue n tr/s st.

$$P = \frac{W}{t} = \frac{I B R^2}{2} \times 2\pi n = I B R^2 \pi n$$

Electricité

Exercice 4

1. Flux magnétique

- $x < 0$ bobine en dehors du cnp. : $\phi = 0$
- $0 < x < a$ bobine entre dans le cnp : $\phi = NBh x$
- $a < x < d$ bobine entièrement dans le cnp : $\phi = NBh a$
- $d < x < a+d$ bobine quitte le cnp : $\phi = NBh (a+d-x)$
- $a+d < x$ bobine quitte complètement le cnp $\phi = 0$.

2. f.e.m induite : $e = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d\phi}{dx} \times \frac{dx}{dt} = -v \frac{d\phi}{dx}$

$x < 0$: $e = 0$

$0 < x < a$: $e = NBhv$

$a < x < d$: $e = 0$

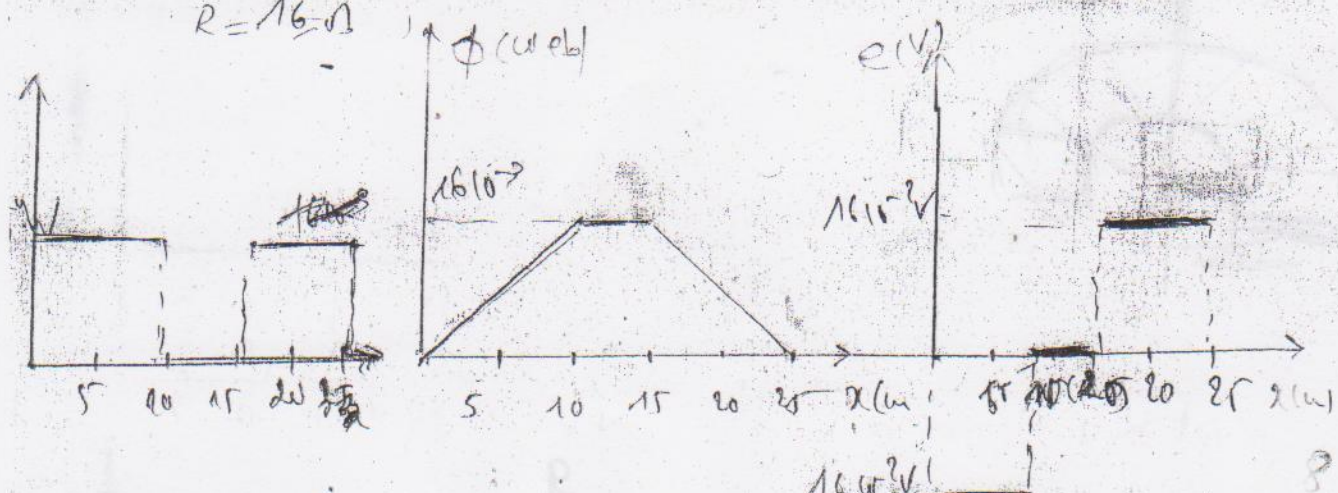
$d < x < a+d$: $e = -NBhv$

$a+d < x$: $e = 0$

3. la puissance dissipée : $P = e \times i = \frac{e^2}{R}$

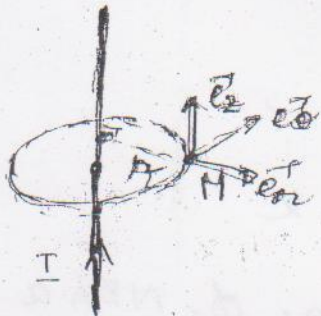
Si $e = \pm 16 \times 10^{-2} \text{ V} \Rightarrow P = 16 \times 10^{-4} \text{ W}$

$R = 16 \Omega$



Exercice 5

Soit \vec{B} créée par le fil infini : $\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \vec{e}_\theta$



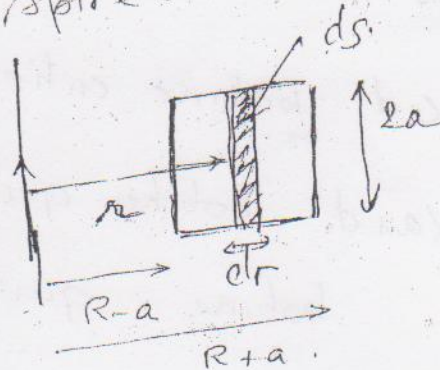
Soit Φ le flux de \vec{B} à travers une spirale fermée.

$$\Phi = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \iint_S B \, dS$$

dS est la surface élémentaire du rectangle de largeur dr

$$dS = dr \times 2a$$

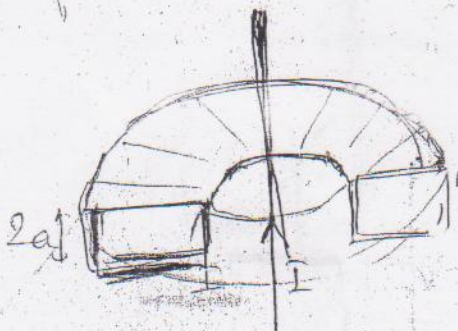
$$\Phi = \int_{R-a}^{R+a} \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \times 2a \, dr = \frac{\mu_0 I a}{\pi} \ln\left(\frac{R+a}{R-a}\right)$$



le flux à travers le tore est alors

$$\Phi_T = N \Phi = \frac{N \mu_0 I a}{\pi} \ln\left(\frac{R+a}{R-a}\right)$$

$$\Rightarrow M = \Phi/I = \frac{N \mu_0 a}{\pi} \ln\left(\frac{R+a}{R-a}\right)$$



Ex 6

1/ expression de la f.e.m induite dans la bobine.

1^o methode: Loi de Faraday.

soit ϕ le flux de \vec{B} à travers la bobine

$$\phi_{\text{bobine}}(\vec{B}) = N_b \iint_{\text{Section de la bobine}} \vec{B} \cdot \vec{m} \, ds$$

$$\phi(\vec{B}) = N_b \times \mu_0 m I R_s^2$$

la f.e.m induite dans la bobine, d'après la loi de Faraday:

$$e = - \frac{d\phi}{dt} = \mu_0 N_b m R_s^2 \omega I_m \sin(\omega t)$$

2^o methode: soit \vec{E}_m le champ électromoteur de Neumann.

de Neumann.

$$\vec{E}_m = - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} = - \frac{\mu_0 m R_s^2}{2} \frac{dI}{dt} \vec{e}_z$$

la circulation de \vec{E}_m le long d'une spirale de la bobine dans le sens de \vec{e}_z^* :

$$\oint_{\text{Spira}} \vec{E}_m \cdot d\vec{l} = \int - \frac{\mu_0 m R_s^2}{2} \frac{dI}{dt} dl$$

$$= \mu_0 m R_s^2 \pi \omega I_m \sin(\omega t)$$

la f.e.m induite est alors:

$$e = N_b \oint \vec{E}_m \cdot d\vec{l}$$

$$L = \mu_0 N^2 \pi R_s^2 I_m \sin(\omega t).$$

3) soit ϕ le flux produit par le solénoïde à travers la bobine, on a par définition:

$$\phi = M \times I \Rightarrow M = \phi / I.$$

$$M = \mu_0 N^2 \pi R_s^2$$

Ex 7 La densité d'énergie est donnée par $U_m = \frac{B^2}{2\mu_0}$.

L'énergie magnétique emmagasinée dans le solénoïde:

$$W_m = \iiint_V U_m d\tau = \iiint_V \frac{B^2}{2\mu_0} d\tau$$

V : Volume du solénoïde

\vec{B} est uniforme à l'intérieur du solénoïde et nul à l'extérieur.

$$W_m = \frac{B^2}{2\mu_0} V = \frac{\mu_0^2 N^2 I^2}{2\mu_0 l^2} V$$

$$V = \pi R^2 l \Rightarrow W_m = \frac{\mu_0 N^2 \pi R^2 I^2}{2l}$$

$$W_m = \frac{1}{2} L I^2 \Rightarrow \frac{1}{2} L I^2 = \frac{\mu_0 N^2 \pi R^2 I^2}{2l} \Rightarrow L = \frac{\mu_0 N^2 \pi R^2}{l}$$

SMPC (53)
2012-2013.

Correct = serie n = 4
Electricité.

(1)

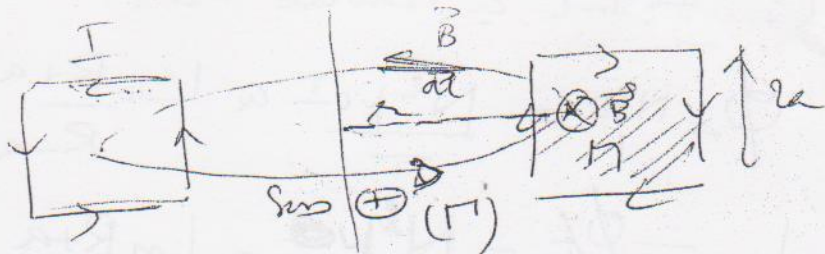
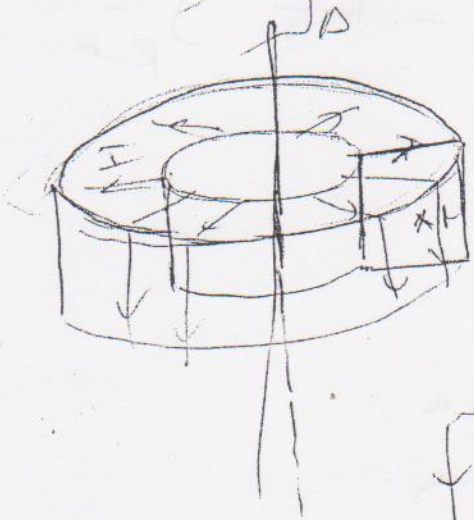
Ex 1 Par défaut = du coeff d'auto-inductance
 $L = \Phi / I$: Φ : flux propre due courant
par couru par le courant I.

On choisit le repère $(O; \vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$, un point M est repère
par ses coord cylindrique (r, θ, z) .

Cherchons premièrement le champ \vec{B} crée par le fore
par couru par le courant I. en un point M situé à l'intérieur
pour calculer le flux de \vec{B} à travers le fore et en
de dire L.

Symétrie : tout plan (Π) passant par Δ est un plan
de symétrie $\Rightarrow \vec{B} \perp (\Pi) \Rightarrow \vec{B} = B \vec{e}_\theta$
les lignes de \vec{B} sont des cercles d'axe Δ .

Appliquons le théorème
d'Ampère, en prenant comme
contour (Γ) la circonférence d'axe Δ
passant par M de rayon r .



$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I n$$

\vec{B} et $d\vec{l}$ sont colinéaires

B ne dépend que de la distance r/a .

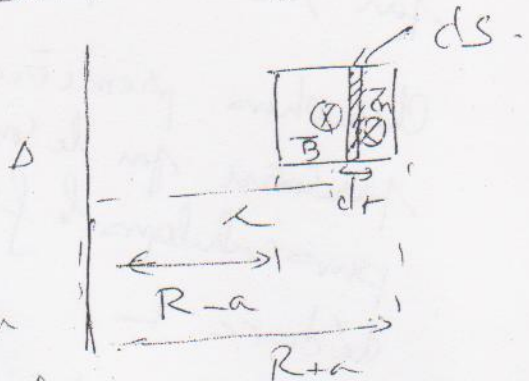
$$\Rightarrow \oint B \times 2\pi r = \mu_0 \times N I$$

$$\Rightarrow \vec{B} = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r} \vec{e}_\theta$$

à l'extérieur du tore \vec{B} est nul.

Calcul du flux de \vec{B} à travers une spirale du tore.

$$\Phi = \iint_S \vec{B} \cdot \vec{n} \, ds$$



ds est la surface élémentaire du rectangle de largeur dr et de longueur L située à la distance r de Δ .

$$ds = L \, dr$$

\vec{B} et \vec{n} sont colinéaires

$$\Rightarrow \Phi = \iint_S B \, ds = \int_{R-a}^{R+a} B \, 2\pi r \, dr = \frac{\mu_0 N I a}{\pi} \int_{R-a}^{R+a} \frac{1}{r} \, dr$$

$$\Phi = \frac{N \mu_0 I}{\pi} a \ln \frac{R+a}{R-a}$$

le flux total à travers le tore :

$$\Phi = N \phi = \frac{N^2 \mu_0 I}{\pi} a \ln \frac{R+a}{R-a}$$

Ainsi :

$$\Rightarrow L = \frac{\Phi}{I} = \frac{N^2 \mu_0}{\pi} a \ln \frac{R+a}{R-a}$$

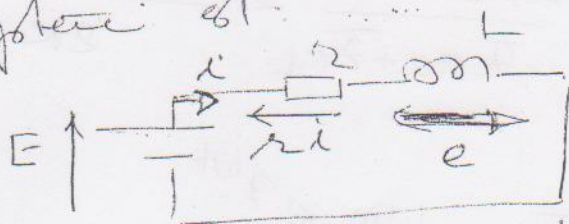
2) En fermant l'interrupteur le courant dans le tore passe de 0 à $I(t)$ à l'instant t .

I varie $\Rightarrow \vec{B}$ varie $\Rightarrow \phi$ varie.

Une f.e.m. induit apparaît sur le tore qui s'oppose à cette variatⁿ de I .

$$e = -\frac{d\phi}{dt} = -L \frac{dI}{dt}$$

3) le schéma équivalent électrique équivalent du système est :



Appliquons la loi de mailles :

$$E = r i - e \Rightarrow L \frac{dI}{dt} + r I = E$$

la solutⁿ de cette équitⁿ différentielle seurt :

$$I(t) = \frac{E}{r} \left(1 - e^{-\frac{r}{L} t} \right)$$

I varie de 0 à $I_0 = \frac{E}{r}$ qui correspond

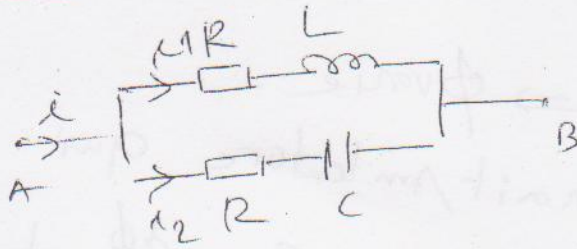
au régime permanent.

4) - lorsque le régime permanent est atteint, l'énergie totale emmagasinée par le tore est

$$W = \frac{1}{2} L (I_0)^2 = \frac{1}{2} L \left(\frac{E}{r} \right)^2$$

Ex 2

(4)



$u(t) = U_m \cos \omega t$

1/ $\bar{Z}_{RC} = R + \frac{1}{j\omega} = R(1-j)$ $\bar{Z}_{RL} = R + j\omega L = R(1+j)$

$\bar{Z} = \bar{Z}_{RC} // \bar{Z}_{RL} \Rightarrow \bar{Z} = \frac{\bar{Z}_{RC} \times \bar{Z}_{RL}}{\bar{Z}_{RC} + \bar{Z}_{RL}} = \frac{R^2(1-j)(1+j)}{2R}$

$\bar{Z} = R$

2/ $\bar{u} = \bar{Z} \bar{i} \Rightarrow \bar{i} = \frac{\bar{u}}{\bar{Z}} = \frac{U_m}{R} e^{j\omega t}$

$i(t) = \text{Re}(\bar{i}) = \frac{U_m}{R} \cos(\omega t)$

$\bar{i}_1 = \frac{\bar{u}}{\bar{Z}_{RL}} = \frac{U_m e^{j\omega t}}{R(1+j)} = \frac{U_m}{R\sqrt{2}} e^{j\omega t} e^{-j\pi/4}$

$i_1(t) = \text{Re}(\bar{i}_1) = \frac{U_m}{R\sqrt{2}} \cos(\omega t - \frac{\pi}{4})$

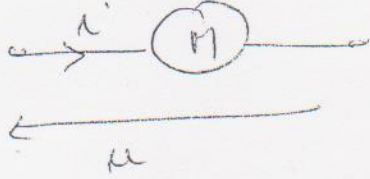
$\bar{i}_2 = \frac{\bar{u}}{\bar{Z}_{RC}} = \frac{U_m e^{j\omega t}}{R(1-j)} = \frac{U_m}{R\sqrt{2}} e^{j\omega t} e^{j\pi/4}$

$i_2(t) = \text{Re}(\bar{i}_2) = \frac{U_m}{R\sqrt{2}} \cos(\omega t - \frac{\pi}{4})$

Ex3

(5)

1/



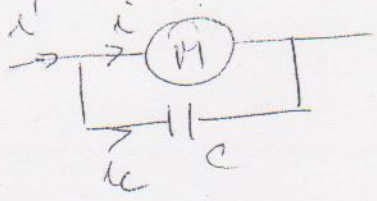
$$u = U \sqrt{2} \cos(\omega t)$$

$$i = I \sqrt{2} \cos(\omega t - \varphi)$$

$U = 220V$ $I = 3A$ $f = 50Hz$ *max*
 $-\varphi < 0$ appareil composé de self et de bobine.

$$P = U \times I \cos \varphi \Rightarrow \cos \varphi = \frac{P}{U \times I} = 0.781 \Rightarrow \varphi = +39^\circ$$

2/



loi de nœuds $i' = i + i_c$

$$i' = I' \sqrt{2} \cos(\omega t - \varphi')$$

$$i_c = \frac{dq}{dt} = C \frac{du}{dt} = C \omega U \sqrt{2} \sin(\omega t)$$

$$i_c = +C \omega U \sqrt{2} \cos(\omega t + \pi/2)$$

méthode de Fresnel

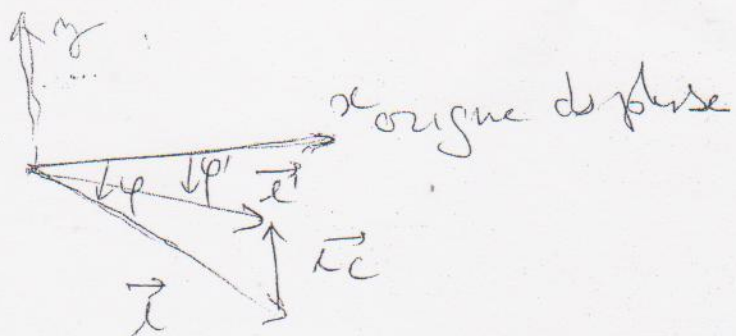
on associe à i , i_c , i' les vecteurs de Fresnel

$$\vec{i} (I \sqrt{2}, -\varphi) \quad \vec{i}_c (C \omega U \sqrt{2}, \pi/2) \quad \vec{i}' (I', -\varphi')$$

la loi de nœuds s'écrit en utilisant les VF.

$$\vec{i}' = \vec{i} + \vec{i}_c \quad (1)$$

représentation :



projection de (1) sur OX'

$$I' \cos \varphi' = I \cos \varphi \quad (2)$$

(6)

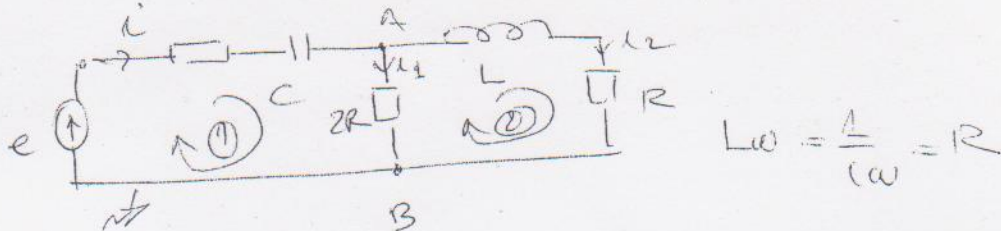
projet de (1) sur OY'

$$-I' \sin \varphi' = -I \sin \varphi + U \omega \quad (3)$$

$$\frac{(3)}{(2)} \Rightarrow -\tan \varphi' = -\tan \varphi + \frac{U \omega}{I \cos \varphi}$$

$$\tan \varphi' = \tan \varphi - \frac{U \omega}{I \cos \varphi}$$

EX 4



1/ Loi de Kirchhoff : résistance complexe

Loi des nœuds: $\bar{i} = \bar{i}_1 + \bar{i}_2 \Rightarrow \bar{i}_1 = \bar{i} - \bar{i}_2 \quad (1)$

Loi des mailles

maille (1) : $\bar{e} - (R + \frac{L}{j\omega}) \bar{i} - 2R \bar{i}_1 = 0 \quad (2)$

maille (2) : $2R \bar{i}_1 - (jL\omega + R) \bar{i}_2 = 0 \quad (3)$

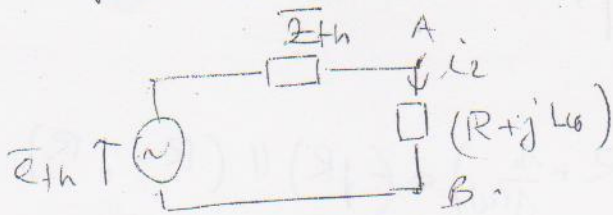
en remplaçant \bar{i}_1 par $\bar{i} - \bar{i}_2$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{\bar{e}}{R} = (3-j) \bar{i} - 2\bar{i}_2 \\ 0 = -2\bar{i} + (3+j) \bar{i}_2 \end{cases} \Rightarrow \bar{i}_2 = \frac{\bar{e}}{3R}$$

$$i_2 = \text{Re}(\bar{i}_2) = \frac{E_m}{3R} \cos(\omega t)$$

2) Théorème de Thévenin

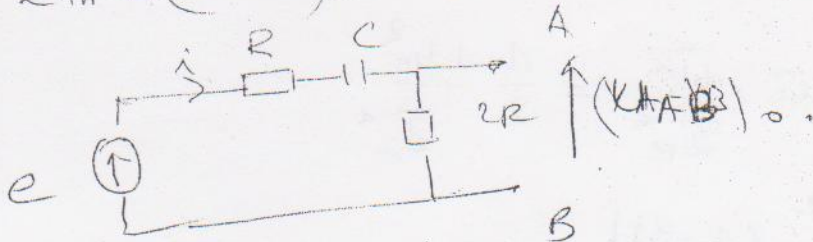
Vue entre A et B le circuit n. équilibré



$$\bar{i}_2 = \frac{\bar{e}_{th}}{\bar{Z}_{th} + R + jL\omega} = \frac{\bar{e}_{th}}{\bar{Z}_{th} + R(1 + j)}$$

Calcul de \bar{e}_{th} .

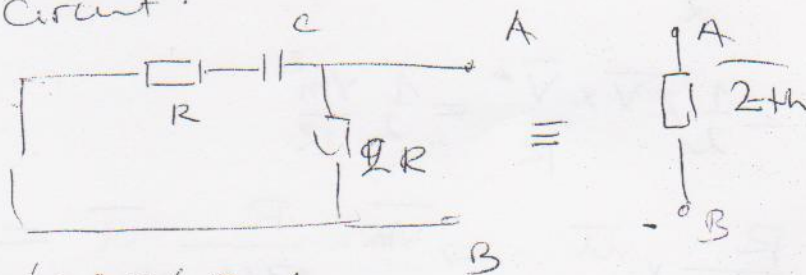
$$\bar{e}_{th} = (\bar{Y}_A - \bar{Y}_B) \bar{a} \text{ v.c.} = \bar{U}_{AB} |_{\bar{I}=0}$$



$$(\bar{U}_{AB})_0 = \frac{2R \times \bar{e}}{(3R + \frac{1}{j\omega})} = \frac{2R}{R(3-j)} \bar{e} = \frac{2}{3} \frac{\bar{e}}{3-j}$$

Calcul de \bar{Z}_{th}

\bar{Z}_{th} : impédance d'entrée vue entre A et B source en court-circuit.

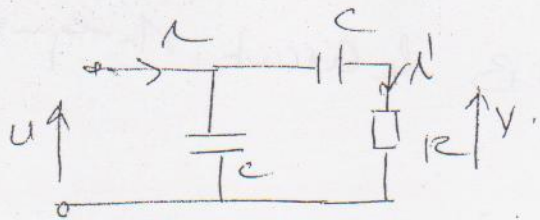


$$\bar{Z}_{th} = (2R) \parallel (R + \frac{1}{j\omega})$$

$$= \frac{2R(1-j)}{3-j} \implies \bar{i}_2 = \frac{\bar{e}_{th}}{\bar{Z}_{th} + R(1+j)} = \frac{\bar{e}}{3R}$$

EX5

(8)



$$1/ \quad \bar{Z}_e = \frac{\bar{u}}{\bar{i}} = \left(\frac{1}{j\omega} \right) \parallel \left(R + \frac{1}{j\omega} \right) = (-jR) \parallel (R - jR)$$

$$\bar{Z}_e = -\frac{R(1+j)}{1-2j} = \frac{R}{j} (1-3j)$$

2/ puissance fournie par le generateur \$P_1\$

$$\bar{P}_1 = \frac{1}{2} \bar{u} \bar{i}^* \quad \text{puissance complexe}$$

$$= \frac{1}{2} \bar{u} \cdot \frac{\bar{u}^*}{\bar{Z}_e} = \frac{1}{2} \frac{U_m^2}{\bar{Z}_e}$$

$$\bar{P}_1 = \frac{U_m^2}{4R} (1-3j)$$

$$P_1 = \Re(\bar{P}_1) = \frac{U_m^2}{4R}$$

puissance reçue par la résistance

$$\bar{P}_2 = \frac{1}{2} \bar{V} \times \bar{i}^* \quad \text{avec } \bar{i} = \frac{\bar{V}}{R}$$

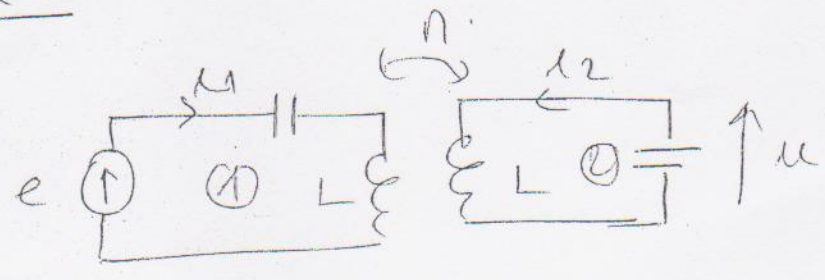
$$\bar{P}_2 = \frac{1}{2} \times \bar{V} \times \frac{\bar{V}^*}{R} = \frac{1}{2} \frac{V_m^2}{R}$$

$$\text{avec } \bar{V} = \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega}} \times \bar{u} \Rightarrow \bar{V}_m = \frac{R}{R(1-j)} \bar{u} = \frac{1}{(1-j)} \bar{u}$$

$$\left(V_m = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \right) \Rightarrow P_2 = \frac{1}{2} \times \frac{U_m^2}{R(\sqrt{2})^2} = \frac{1}{4R} U_m^2$$

la puissance fournie par le generateur est consommée par la résistance, le condensateur ne consomme pas de

Ex 6



maille ①

$$\bar{e} = \frac{1}{j\omega} \bar{x}_1 + jL\omega \bar{x}_1 + jM\omega \bar{x}_2 \quad (1)$$

maille ②

$$\bar{u} = jL\omega \bar{x}_2 + jM\omega \bar{x}_1 \quad (2)$$

$$\bar{u} = -\frac{1}{j\omega} \bar{x}_2 \quad (3)$$

② et ③ $\Rightarrow \bar{x}_1 = \frac{j\bar{Z}}{M\omega} \bar{x}_2$ en posant $\bar{Z} = j(L\omega - \frac{1}{\omega})$ (4)

④ et ① $\Rightarrow \bar{e} = \left(\frac{1}{j\omega} + jL\omega \right) \frac{j\bar{Z}}{M\omega} \bar{x}_2 + jM\omega \bar{x}_2$

$$\bar{e} = \bar{Z} \times \frac{j\bar{Z}}{M\omega} \bar{x}_2 + jM\omega \bar{x}_2$$

$$\bar{e} = \left(\frac{\bar{Z}^2}{M\omega} + M\omega \right) j \bar{x}_2 \quad (5)$$

(3) $\Rightarrow \frac{\bar{u}}{\bar{e}} = \frac{-\frac{1}{j\omega}}{\left(\frac{\bar{Z}^2}{M\omega} + M\omega \right) j} = \frac{1/\omega}{\frac{\bar{Z}^2}{M\omega} + M\omega}$