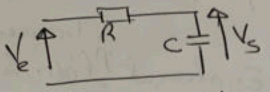
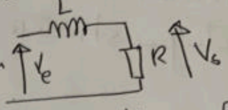
Correction d'exercice 1

Série n° 1

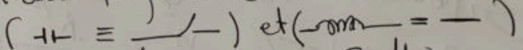
Exercice 1 :

① On peut réaliser un filtre passe-bas du premier ordre avec RL ou RC série.


ou


• On peut vérifier rapidement s'il s'agit d'un filtre passe bas ou non (Il suffit d'étudier le comportement du filtre en BF et en HF).

* En Basse fréquence ($\omega \to 0$)

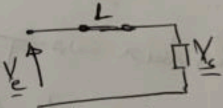


$Z_c = \frac{1}{jC\omega}$ $\qquad$ $Z_L = jL\omega$

(RC)

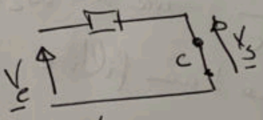
$\underline{V_s} = \underline{V_e}$

(RL)

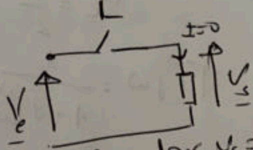


$\underline{V_s} = \underline{V_e}$

* En HF ($\omega \to \infty$)



$\underline{V_s} = 0$



($I = 0$ donc $\underline{V_s} = 0$)

$\underline{V_s} = 0$

Donc pour les basses fréquences $\underline{V_s} = \underline{V_e}$
et pour les hautes fréquences $\underline{V_s} = 0$

$\Rightarrow$ Il s'agit bien d'un filtre passe-bas

D'autre part, Il est clair qu'ils s'agissent des filtres passifs (sont formés uniquement des éléments passifs (R, C, L)

- Du premier ordre : Car, on a un seul élément réactif (C ou L) ds chaque structure (RC) ou (RL)

A noter que, on peut également déterminer l'ordre, la nature et le type d'un filtre à l'aide de l'expression de sa fonction de transfert,

En effet

Pour (RC) $T(j\omega) = \frac{V_s}{V_e} = \frac{1/jC\omega}{R + 1/jC\omega} = \frac{1}{1 + jRC\omega}$

Pour (RL) $T(j\omega) = \frac{V_s}{V_e} = \frac{R}{R + jL\omega} = \frac{1}{1 + j\frac{L}{R}\omega}$

Dans les deux cas $T(j\omega) = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c}}$

avec $\omega_c = \frac{1}{RC}$ (filtre RC)

$\omega_c = \frac{R}{L}$ (filtre RL)

$T(j\omega) = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c}} = \frac{1}{1 + j\alpha}$ avec $\alpha = \frac{\omega}{\omega_c}$ et $T_{max} =$

est la forme canonique d'un filtre passe bas du premier ordre

② L et C ?

on a la fréquence de coupure $f_c = 1KHz$

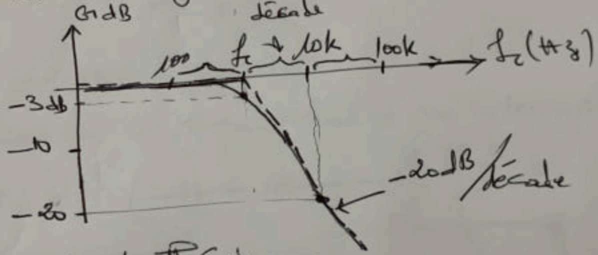
on sait que $\omega_c = 2\pi \cdot f_c \Rightarrow f_c = \frac{\omega_c}{2\pi}$.

- Pour le filtre (RC) $f_c = \frac{1}{2\pi RC} \Rightarrow C = \frac{1}{2\pi \cdot R \cdot f_c}$
- Pour le filtre (RL) $f_c = \frac{R}{2\pi L} \Rightarrow L = \frac{R}{2\pi \cdot f_c}$

A.N

$C = 0,159 \mu F$ et $L = 0,159 H$.

③ Courbe de gain (en dB) :



--- Courbe Théorique

—— Courbe réelle.

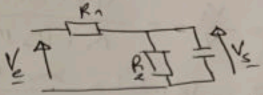
$G(f_c) = G_{max} - 3dB = 0 - 3dB = -3dB$.

$BP = [0, f_c]$.

Exercice 2

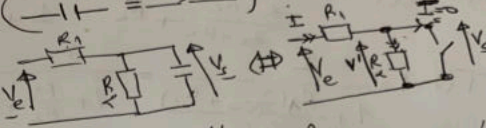
①

En BF : $\omega \to 0$



Le condensateur se comporte comme un interrupteur ouvert (—||— ≡ —/—)

Donc

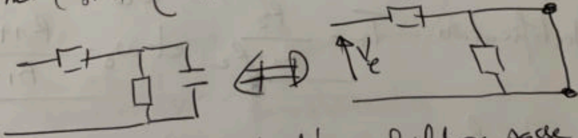


diviseur de tension $\frac{\underline{V}'}{\underline{V}_e} = \frac{R_2}{R_1+R_2}$ avec $\underline{V}' = \underline{V}_s'$

donc $\underline{V}_s = \frac{R_2}{R_1+R_2}\underline{V}_e$

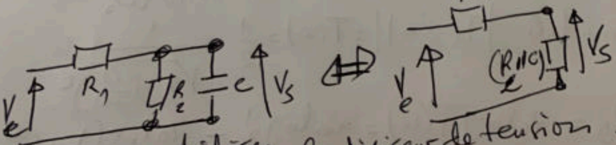
En HF : $\omega \to \infty$

le condensateur est équivalent à un interrupteur fermé (fil) (—||— ≡ ——).



donc $\underline{V}_s = 0$

Conclusion : Il s'agit d'un filtre passe bas.



on peut donc utiliser le diviseur de tension.

$$T(j\omega) = \frac{V_s}{V_e} = \frac{(R_2 \parallel Z_c)}{R_1 + (R_2 \parallel Z_c)}$$

avec $Z_q = (R \parallel Z_c) = \dfrac{Z_c \cdot R_2}{Z_c + R_2}$.

donc $T(j\omega) = \dfrac{\dfrac{Z_c \cdot R_2}{Z_c + R_2}}{\dfrac{Z_c \cdot R_2}{Z_c + R_2} + R_1} = \dfrac{1}{1 + \dfrac{R_1(Z_c + R_2)}{Z_c \cdot R_2}}$.

$$\Rightarrow T(j\omega) = \frac{1}{1 + \dfrac{R_1\left(\frac{1}{jC\omega} + R_2\right)}{R_2/jC\omega}} = \frac{1}{1 + \frac{R_1}{R_2} + jC\omega R_1}$$

$$= \frac{R_2}{R_2 + R_1 + jC\omega R_1 R_2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \frac{1}{\left(1 + jC\omega \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}\right)}$$

donc, on trouve la forme canonique d'un filtre passe bas du premier ordre

$$T(j\omega) = T_0 \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}}$$

Par identification $\underline{T_0 = \dfrac{R_2}{R_1 + R_2}}$ et $\underline{\omega_0 = \dfrac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2}}$

) on pose $R_1 = R_2$

$$T(j\omega) = \frac{1}{2} \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}} \; ; \text{avec } \omega_0 = \frac{2}{R_1 C}$$

. Le module $|T(j\omega)| = T(\omega) = \dfrac{1}{2} \dfrac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}}$

$$G_{dB} = 20 \log T(\omega) = 20 \log \frac{1}{2} - 10 \log\left(1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2\right)$$

Suite exercice 2 (série n° 2).

En BF : $\omega \ll \omega_0$ $\quad G_{dB} = 20\log\frac{1}{2} = -6\,dB$

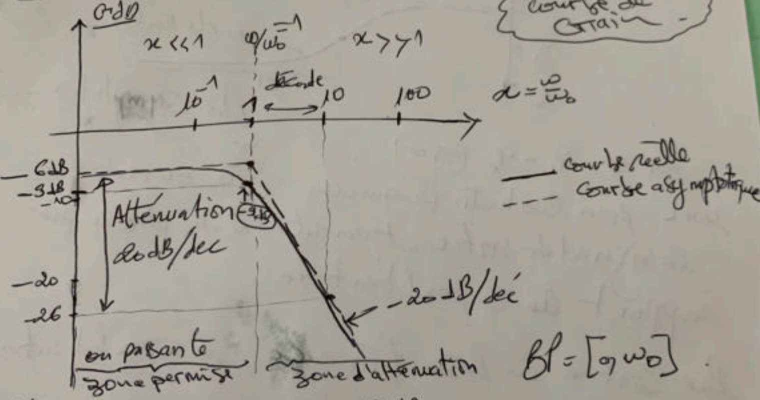
asymptote horizontale de pente $-6\,dB$

En HF : $\omega \gg \omega_0$

$$G_{dB} = \underbrace{-6\,dB - 20\log\frac{\omega}{\omega_0}}_{\text{asymptote oblique}}.$$

• Pour $\omega = \omega_0$ $\quad G_{dB} = -6\,dB - 20\log\sqrt{2} = -9\,dB$.

courbe de Grain.



$BP = [0, \omega_0]$.

effet $G(\omega = \omega_c) = G_{max} - 3\,dB$.

ou bien $T(\omega = \omega_c) = \frac{T_{max}}{\sqrt{2}}$ avec $T_{max} = \frac{1}{2}$.

ou $\cancel{20\log T_{max}} - 20\log\sqrt{1+\left(\frac{\omega_c}{\omega_0}\right)^2} = \cancel{20\log T_{max}} - 3\,dB$

$\Rightarrow 20\log\left(\sqrt{1+\left(\frac{\omega_c}{\omega_0}\right)^2}\right) = +3\,dB = 20\log\sqrt{2}$

$\Rightarrow \sqrt{1+\left(\frac{\omega_c}{\omega_0}\right)^2} = \sqrt{2} \Rightarrow 1+\left(\frac{\omega_c}{\omega_0}\right)^2 = 2$.

$\Rightarrow \omega_c = \omega_0$

\# Courbe de phase.

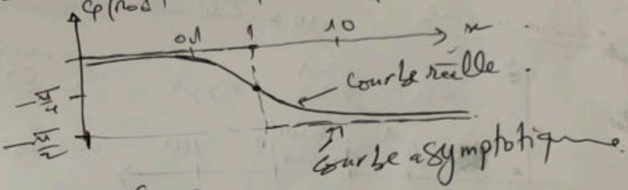
$$\varphi = \arg(T(j\omega))$$

$$= \arg\left(\frac{1/2}{1+jx}\right) = \underbrace{\arg\left(\tfrac{1}{2}\right)}_{=0} - \arg(1+jx)$$

$x \ll 1$ $\quad \varphi \longrightarrow 0$

$x \gg 1$ $\quad \varphi \longrightarrow -\frac{\pi}{2}$.

Pour $x = 1$ ou $\omega = \omega_0$. $\varphi \longrightarrow -\frac{\pi}{4}$.



on $\varphi = \varphi_s - \varphi_e$ ~~(...)~~.

ou pour les hautes fréquences $\varphi < 0$ ($-\frac{\pi}{2}$), on dit que le signal de sortie et en retard de phase par rapport au signal d'entrée.

Par contre en basse fréquence, le signal d'entrée et de sortie sont en phase.